

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

**НАУКОВИЙ ВІСНИК  
УЖГОРОДСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

серія

**МАТЕМАТИКА І ІНФОРМАТИКА**

*Випуск №1 (32)*

Ужгород 2018

УДК 51+001

**Науковий вісник Ужгородського університету.** Сер. матем. і інформ. / Редкол.: В. В. Маринець (гол. ред.) та інші. – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2018. – випуск №1 (32). – 160 с.

### РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор — Маринець В. В., доктор фізико-математичних наук, професор.  
Заст. головн. редактора — Гече Ф. Е., доктор технічних наук, доцент.  
Заст. головн. редактора — Король І. І., доктор фізико-математичних наук, доцент.  
Відповідальний секретар — Мич І. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Члени редакційної колегії:

Бовді А. А., доктор фізико-математичних наук, професор.  
Бовді В. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент.  
Бондаренко В. М., доктор фізико-математичних наук, професор.  
Волошин О. Ф., доктор технічних наук, професор.  
Головач Й. Г., доктор технічних наук, професор.  
Гусак Д. В., доктор фізико-математичних наук, професор.  
Задирака В. К., академік НАН України,  
доктор фізико-математичних наук, професор.  
Козаченко Ю. В., доктор фізико-математичних наук, професор.  
Кузка О. І., кандидат фізико-математичних наук, доцент.  
Перестюк М. О., академік НАН України,  
доктор фізико-математичних наук, професор.  
Ронто А. М., доктор фізико-математичних наук, професор,  
Ронто М. Й., доктор фізико-математичних наук, професор,  
Сливка-Тилищак Г. І., доктор фізико-математичних наук, доцент.  
Слюсарчук П. В., кандидат фізико-математичних наук, професор.  
Шапочка І. В., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Рекомендовано до друку Вченою радою ДВНЗ «Ужгородський національний університет», протокол № 6 від 21.06.2018 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації Серія КВ №7972 від 9.10.2003 року, видане Державним комітетом телебачення і радіомовлення України.

Засновник і видавець – Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський національний університет».

Виходить два рази на рік.

Збірник наукових праць видається з 1994 року.

Адреса редакційної колегії: Україна, 88020 Ужгород, вул. Університетська, 14, математичний факультет УжНУ. Тел. (факс): +380 (312) 642725, e-mail: f-mat@uzhnu.edu.ua.

© В. В. Маринець,  
І. А. Мич, упорядкування, 2018

© Ужгородський національний університет,  
2018

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

STATE UNIVERSITY  
«UZHHOROD NATIONAL UNIVERSITY»

**SCIENTIFIC BULLETIN OF  
UZHHOROD UNIVERSITY**

Series of  
MATHEMATICS AND INFORMATICS

*Issue no 1 (32)*

Uzhhorod 2018

**Scientific Bulletin of Uzhhorod University.** Series of Mathematics and Informatics / Edit.: V. Marynets (Chief edit.) and others. – Uzhhorod: Scientific Bulletin of UzhNU «Hoverla», 2018. – Issue no 1 (32). – 160 p.

## EDITORIAL

Chief editor — Marynets V., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
Deputy Chief editor — Heche F., As. prof., Dr. Sci. (Tech.).  
Deputy Chief editor — Korol I., As. prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
Responsible secretary — Mych I., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).  
Members: Bovdi A., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Bovdi V., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).  
    Bondarenko V., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Voloshyn O., Prof., Dr. Sci. (Tech.).  
    Holovach J., Prof., Dr. Sci. (Tech.).  
    Gusak D., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Zadyraka V., Prof., academic of NA of Sc of Ukraine,  
    Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Kozachenko Yu., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Kuzka A., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).  
    Perestyuk N., Prof., academic of NA of Sc of Ukraine,  
    Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Ronto A., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Ronto M., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Slyvka-Tylyshchak G., As. prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).  
    Slyusarchuk P., Prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).  
    Shapochka I., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).

Recommended for publication by the Scientific Council of UzhNU, record no 6 dated by June 21, 2018.

Certificate of state registration number KV 7972 dated by September 9, 2003.  
Founder and Publisher: State University “Uzhhorod National University”.  
Published twice a year.  
The collection of scientific articles has been published since 1994.

Address of publishing house: Mathematical faculty “UzhNU”, Universytetska str. 14, Uzhhorod, 88020, Ukraine, tel. (fax): +380 (312) 642725, e-mail: [f-mat@uzhnu.edu.ua](mailto:f-mat@uzhnu.edu.ua).

## ЗМІСТ

1. Андрашко Ю. В., Максим В. В. Булева задача розміщення із урахуванням переваг клієнтів . . . . .	7
2. Білецька Д. Ю., Шапочка І. В. Тензорні добутки нерозкладних цілочислових матричних зображень симетричної групи третього степеня . . . . .	15
3. Болдирева В. О., Жмихова Т. В. Ймовірність небанкрутства страхової компанії з витратами на рекламу та інвестиціями у банківський депозит за Каско страхуванням топ-10 страхових компаній України. II. . . . .	29
4. Бондаренко В. М., Заціха Я. В. Канонічні форми матричних зображень напівгруп малого порядку . . . . .	36
5. Бондаренко В. М., Стъопочкіна М. В. Про властивості частково впорядкованих множин ММ-типу (1, 3, 5) . . . . .	50
6. Брила А. Ю. Про одну задачу лексикографічної оптимізації з інтервальними оцінками . . . . .	54
7. Глебена М. І., Глебена В. Ф., Попельський О. М. Визначення оптимальних параметрів моделей доступу до інформації у файлах баз даних. . . . .	61
8. Дрожжина А. В. Асимптотика розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь $n$ -го порядку, що є асимптотично близькими до рівнянь з правильно змінними нелінійностями . . . . .	67
9. Зубарук О. В. Про зображувальний тип напівгрупи $S_{32}^0$ над довільним полем	80
10. Кирилюк О. А. Мінімальні незвідні розв'язні підгрупи групи $GL(q, \mathbb{Z}_p)$ . . . . .	86
11. Кічмаренко О. Д. Ступінчасте усереднення керованих функціонально-дифференціальних систем . . . . .	93
12. Козаченко Ю. В., Василик О. І. Рівномірна збіжність вейвлет-розкладів випадкових процесів з класів $V(\varphi, \psi)$ . . . . .	108
13. Маринець В. В., Питъовка О. Ю. Дослідження крайової задачі для нелінійного хвильового рівняння з розривною правою частиною . . . . .	116
14. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Досконалі диз'юнктивні нормальні форми алгебри $U_2$ . . . . .	124
15. Сапожнікова К. Ю. Часткове усереднення систем диференціальних рівнянь з максимумом . . . . .	130
16. Сливка-Тилищак Г. І., Михасюк М. М. Властивості узагальненого розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності на прямій з випадковою правою частиною з простору Орліча . . . . .	136
17. Чуйко С. М., Чуйко О. С., Чечетенко В. О. Про розв'язання нелінійних інтегрально-диференціальних крайових задач методом Ньютона-Канторовича . . . . .	147

# CONTENTS

1. <i>Andrashko Yu. V., Maksym V. V.</i> Boolean facility location problem with client preferences.....	7
2. <i>Biletska D. Yu., Shapochka I. V.</i> Tensor products of indecomposable integral matrix representations of the symmetric group of third degree.....	15
3. <i>Boldyreva V. O., Zhmykhova T. V.</i> The probability of non-ruin of an insurance company with advertising expenses and investing in bank term deposit by MHull insurance of 10 Top insurance companies of Ukraine. II.....	29
4. <i>Bondarenko V. M., Zaciha Ya. V.</i> Canonical forms of matrix representations of semigroups of small order.....	36
5. <i>Bondarenko V. M., Styopochkina M. V.</i> On properties of posets of $MM$ -type $(1, 3, 5)$ .....	50
6. <i>Bryla A. Yu.</i> On lexicographic optimization problem with interval parameters....	54
7. <i>Hlebena M. I., Hlebena V. F., Popelskyi O. M.</i> Finding the optimum parameters of models of access to information in database files. \\.....	61
8. <i>Drozzhina A. V.</i> Asymptotic of solutions of the nonlinear differential equations $n$ -th order asymptotically close to the equations with regularly varying nonlinearities.....	67
9. <i>Zubaruk O. V.</i> On representation type of the semigroup $S_{32}^0$ over an arbitrary field	80
10. <i>Kyryl'uk O. A.</i> Minimal irreducible solvable subgroups of the group $GL(q, \mathbf{Z}_p)$ ...	86
11. <i>Kichmareno O. D.</i> Step-by-step averaging of functional-differential control systems.....	93
12. <i>Kozachenko Yu. V., Vasylyk O. I.</i> Uniform convergence of wavelet expansions of random processes from the classes $V(\varphi, \psi)$ .....	108
13. <i>V. V. Marynets, O. Y. Pytovka</i> Investigation of boundary-value problem for non-linear wave equation with discontinuous right part.....	116
14. <i>Mych I. A., Nykolenko V. V., Varcaba E. V.</i> Perfect disjunctive normal forms of algebra $U_2$ .....	124
15. <i>Sapozhnikova K. Yu.</i> Partial averaging of differential systems with maxima.....	130
16. <i>Slyvka-Tylyshchak G. I., Mykhasiuk M. M.</i> The properties of generalized solution of Cauchy problems for the heat equations with a random right side from Orlicz space.....	136
17. <i>Chuiko S. M., Chuiko O. S., Chechetenko V. O.</i> On of solving nonlinear Noether integral-differential boundary value problems by the of Newton-Kantorovich method.....	147

УДК 512.64+512.56

**V. M. Bondarenko** (Institute of Mathematics of NAN of Ukraine, Kyiv)  
**M. V. Styopochkina** (Zhytomyr National University of Agriculture and Ecology,  
 Zhytomyr)

## ON PROPERTIES OF POSETS OF $MM$ -TYPE (1, 3, 5)

We introduce the notion of poset of  $MM$ -type  $P$ , where  $P$  is a fixed poset, and calculate the coefficient of transitiveness for all posets of  $MM$ -type (1, 3, 5).

Ми вводим поняття частково впорядкованої множини  $MM$ -типу  $P$ , де  $P$  — фіксована частково впорядкована множина, і обчислюємо коефіцієнт транзитивності для всіх частково впорядкованої множин  $MM$ -типу (1, 3, 5).

**1. Introduction.** In [1] P. Gabriel introduced the notion of representation of a finite quiver  $Q = (Q_0, Q_1)$  (with  $Q_0$  and  $Q_1$  being the set of vertices  $Q_0$  and the set of arrows, respectively), and also introduced a quadratic form  $q_Q : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $n = |Q_0|$ , called by him the *quadratic Tits form of the quiver  $Q$* :

$$q_Q(z) = q_Q(z_1, \dots, z_n) := \sum_{i \in Q_0} z_i^2 - \sum_{i \rightarrow j} z_i z_j,$$

where  $i \rightarrow j$  runs through the set  $Q_1$ . For the quivers, he received a criterion of finiteness (representation) type in terms of the quivers themselves, and also proved that the quiver  $Q$  has finite type over a field  $k$  if and only if its Tits form is positive. Criteria of tameness for the quivers were obtained in [2, 3]; in this situation the main role play the non-negative quadratic forms.

The above quadratic form is naturally generalized to a finite poset  $S \neq \emptyset$ :

$$q_S(z) = z_0^2 + \sum_{i \in S} z_i^2 + \sum_{i < j, i, j \in S} z_i z_j - z_0 \sum_{i \in S} z_i.$$

In [4] Yu. A. Drozd showed that a poset  $S$  has finite type if and only if its Tits form is weakly positive, i.e., takes positive value on any nonzero vector with nonnegative coordinates (representations of posets were introduced by L. A. Nazarova and A. V. Roiter [5], a criterion of finiteness type in terms of the posets themselves was obtained by M. M. Kleiner [6]). As shown in [7], in the study of tame posets the main role play the weakly non-negative quadratic forms (a criterion of tameness in terms of the posets themselves was first formulated in [8]).

For posets, in contrast to quivers, the sets of those with weakly positive (respectively, weakly non-negative) and with positive (respectively, non-negative) Tits forms do not coincide. Posets with positive and non-negative Tits forms were studied by the authors (from different points of view) in many papers (see e.g. [9–17]).

In particular, in [13] it is introduced the notion of  $P$ -critical poset: a poset  $S$  is called  $P$ -critical if its Tits quadratic form is not positive, but that of any proper subset of  $S$  is positive. If one gives the similar definition for a quiver. then the set of  $P$ -critical quivers coincides with the set of extended Dynkin diagrams. So the  $P$ -critical posets are analogs of the extended Dynkin diagrams. All such posets are classified in [13].

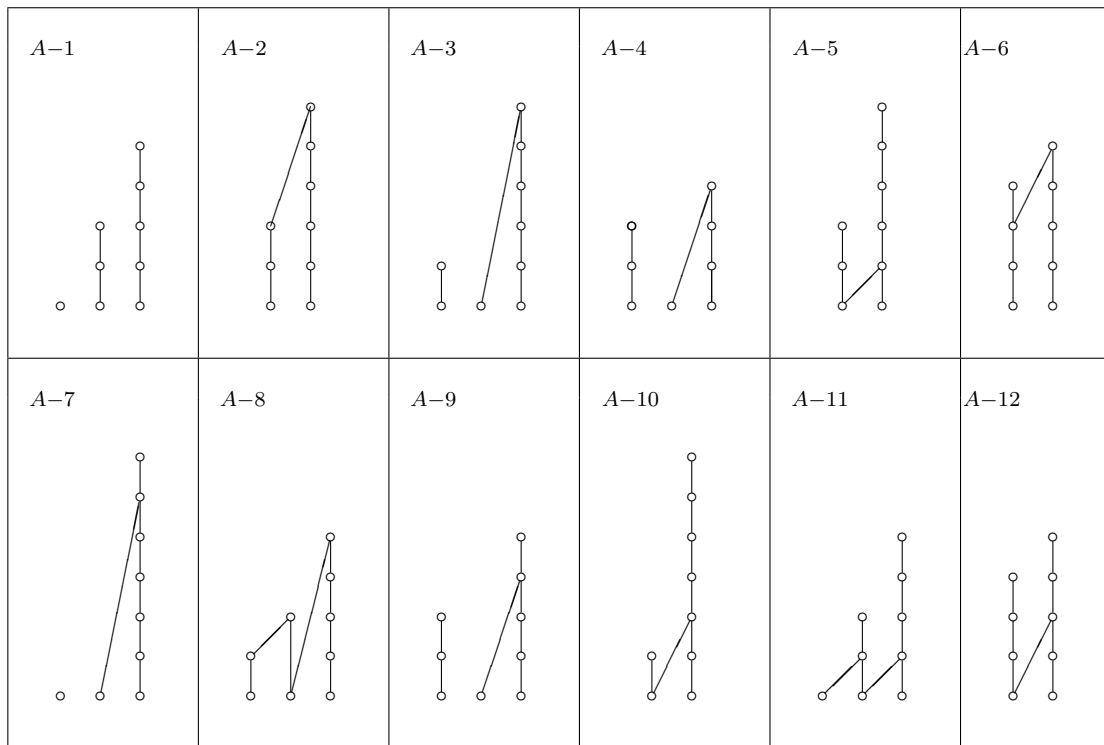
Combinatorial properties of  $P$ -critical posets were studied by the author in [18]. In this paper we continue these investigations.

**2. Coefficients of transitivity.** In this section we recall the notion of coefficient of transitivity of a poset [18].

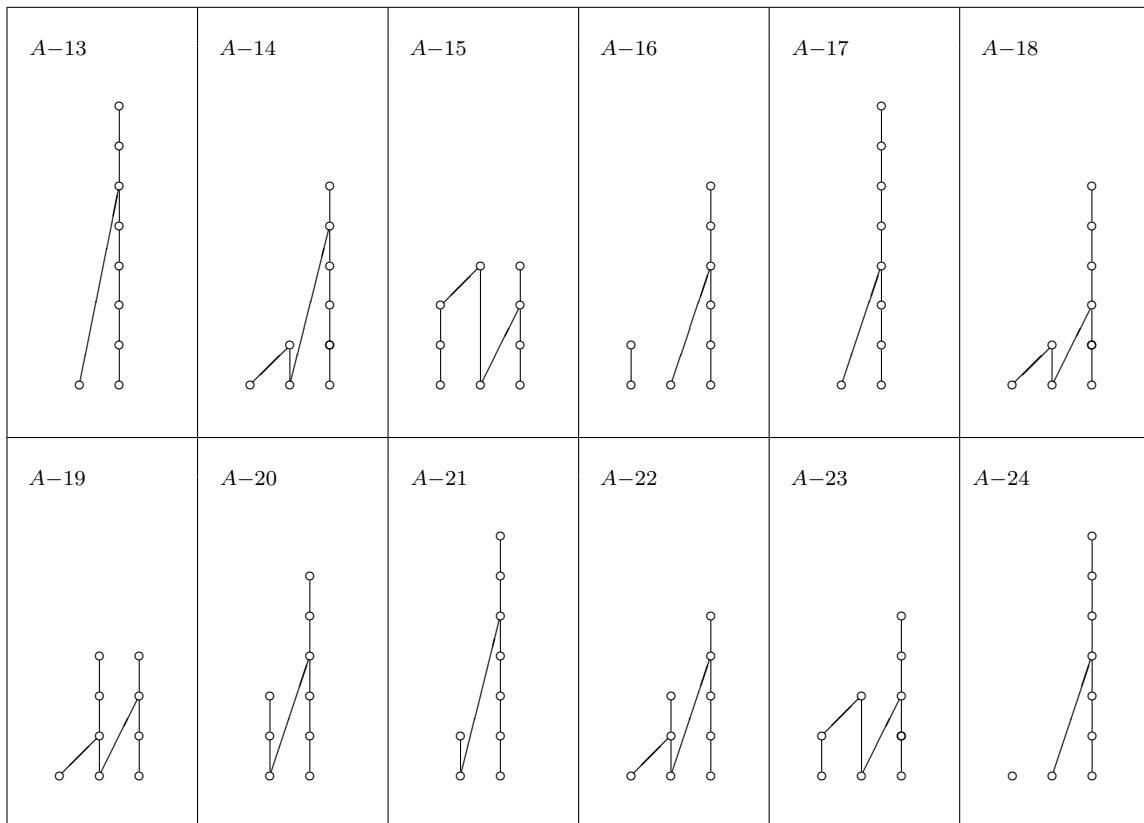
Let  $S$  be a finite poset and  $S_{<}^2 := \{(x, y) \mid x, y \in S, x < y\}$ . If  $(x, y) \in S_{<}^2$  and there is no  $z$  satisfying  $x < z < y$ , then one says that  $x$  and  $y$  are *neighboring*. We put  $n_w = n_w(S) := |S_{<}^2|$  and denote by  $n_e = n_e(S)$  the number of pairs of neighboring elements. On the language of the Hasse diagram  $H(S)$  (that represents  $S$  in the plane),  $n_e$  is equal to the number of all its edges and  $n_w$  to the number of all its paths, up to parallelity, going bottom-up (two path is called parallel if they start and terminate at the same vertices). The ratio  $k_t = k_t(S)$  of the numbers  $n_w - n_e$  and  $n_w$  we call *the coefficient of transitivity of  $S$* . If  $n_w = 0$  (then  $n_e = 0$ ), we assume  $k_t = 0$ .

**3. The posets of  $MM$ -type  $(1,3,5)$ .** We will say that a poset  $S$  is of the  $MM$ -type  $P$ , where  $P$  is a fixed poset, if  $S$  is  $(\min, \max)$ -equivalent to  $P$  (the notion of  $(\min, \max)$ -equivalence was introduced in [11]; see also [13]).

The poset  $(1, 3, 5)$  (the disjoint union of chains of length 1, 3 and 5) is the smallest element with trivial group of automorphisms in the set of so-called 1-oversupercritical posets (see [19]). The posets of type  $(1, 3, 5)$  were classified in [19], They are given (up to isomorphism and anti-isomorphism) by the following table.







**4. Main result.** In [18] the authors calculate the coefficient of transitivity for all  $P$ -critical posets. In this paper we do it for the posets of  $MM$ -type  $(1, 3, 5)$ . We write all the coefficients of transitivity  $k_t$  up to the second decimal place.

**Theorem 1.** *The following holds for posets (A-1) – (A-24) of the  $MM$ -type  $(1, 3, 5)$ :*

$N$	$n_e$	$n_w$	$k_t$	$N$	$n_e$	$n_w$	$k_t$	$N$	$n_e$	$n_w$	$k_t$
1	6	13	0,54	9	7	15	0,53	17	8	33	0,76
2	8	21	0,62	10	8	27	0,70	18	8	21	0,62
3	7	17	0,59	11	8	19	0,58	19	8	17	0,53
4	7	13	0,46	12	8	19	0,58	20	8	21	0,62
5	8	23	0,65	13	8	31	0,74	21	8	25	0,68
6	8	19	0,58	14	8	19	0,58	22	8	17	0,53
7	7	23	0,70	15	8	15	0,47	23	8	17	0,53
8	8	15	0,47	16	7	19	0,63	24	7	25	0,72

The proof is carried out by direct calculations.

## References

1. Gabriel P. Unzerlegbare Darstellungen // Manuscripta Math. – 1972. – vol. 6. – pp. 71–103.
2. Donovan P., Freislich M. R. The representation theory of finite graphs and associated algebras // Carleton Lecture Notes. – 1973. – no. 5. – pp. 3–86.
3. Nazarova L. A. Representations of quivers of infinite type // Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. – 1973. – vol. 37, no. 4. – pp. 752–791 (in Russian).

4. Drozd Yu. A. Coxeter transformations and representations of partially ordered sets // Funkc. Anal. i Priložen. – 1974. – vol. 8, no. 3. – pp. 34–42 (in Russian).
5. Nazarova L. A., Roiter A. V. Representations of partially ordered sets // Zap. Nauch. Semin. LOMI. – 1972. — vol. 28. – pp. 5–31 (in Russian).
6. Kleiner M. M. Partially ordered sets of finite type // Zap. Nauch. Semin. LOMI. – 1972. — vol. 28. – pp. 32–41 (in Russian).
7. Zavadskij A. G., Nazarova L. A. Partially ordered sets of tame type // Matrix problems, Akad. Nauk Ukrain. SSR, Inst. Mat. – 1977. – pp. 122–143.
8. Nazarova L. A. Partially ordered sets of infinite type // Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. – 1975. – vol. 39, no. 5. – pp. 963–991 (in Russian).
9. Bondarenko, V. M.; Polishchuk, A. M. On a criterion of positive definiteness for one class of infinite quadratic forms // Nonlinear Oscillations. – 2003. – vol. 6, no. 1. – pp. 1–12.
10. Bondarenko, V. M.; Polishchuk, A. M. On finiteness of critical Tits forms of posets // Proc. Inst. Math. NAS Ukraine – 2004. – vol. 50. – pp. 1061–1063.
11. Bondarenko, V. M. On (min, max)-equivalence of posets and applications to the Tits forms // Visn. Kyiv Univ., Ser. Fiz. Mat. – 2005. – no. 1. – pp. 24–25.
12. Bondarenko V. M., Styopchukina M. V. On posets of width two with positive Tits form // Algebra Discrete Math. – 2005. – no. 2. – pp. 20–35.
13. Bondarenko V. M., Stepochkina M. V. (Min, max)-equivalence of partially ordered sets and Tits quadratic form // Analysis and Algebra Problems, Inst. Mat. NAS Ukraine. – 2005. – vol. 2, no. 3. – pp. 18–58 (in Russian).
14. Bondarenko V. M., Stepochkina M. V. On finite posets of inj-finite type and their Tits forms // Algebra Discrete Math. – 2006, no. 2. – pp. 17–21.
15. Bondarenko V. M., Stepochkina M. V. On serial posets with positive-definite quadratic Tits form // Nonlinear Oscillations. – 2006. – vol. 9, no. 3. – pp. 312–316
16. Bondarenko V. M., Stepochkina M. V. (Min, max)-equivalency of posets and nonnegative Tits forms // Ukrainian Math. J. – 2008. – vol. 60, no. 9. – pp. 1349–1359.
17. Bondarenko V. M., Stepochkina M. V. Description of posets critical with respect to the nonnegativity of the quadratic Tits form // Ukrainian Math. J. – 2009, – vol. 61, no. 5. – pp. 734–746.
18. Bondarenko V. M., Stepochkina M. V. Coefficients of transitivity of  $P$ -critical posets // Analysis and application, Inst. Math. NAN Ukraine. – 2017. – vol. 14, no. 1. – pp. 46–51.
19. Bondarenko V. V., Bondarenko V. M., Stepochkina M. V., Chervyakov I. V. 1-oversupercritical partially ordered sets with trivial group of automorphisms and min-equivalence. I. Nauk. Visn. Uzhgorod. Univ., Ser. Mat. 2011. – 22, no. 2. – pp. 17–25.

Одержано 12.03.2018