

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

**НАУКОВИЙ ВІСНИК
УЖГОРОДСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

серія

МАТЕМАТИКА І ІНФОРМАТИКА

Випуск №1 (32)

Ужгород 2018

УДК 51+001

Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. матем. і інформ. / Редкол.: В. В. Маринець (гол. ред.) та інші. – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2018. – випуск №1 (32). – 160 с.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор — Маринець В. В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Заст. головн. редактора — Гече Ф. Е., доктор технічних наук, доцент.
Заст. головн. редактора — Король І. І., доктор фізико-математичних наук, доцент.
Відповідальний секретар — Мич І. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Члени редакційної колегії:

Бовді А. А., доктор фізико-математичних наук, професор.
Бовді В. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент.
Бондаренко В. М., доктор фізико-математичних наук, професор.
Волошин О. Ф., доктор технічних наук, професор.
Головач Й. Г., доктор технічних наук, професор.
Гусак Д. В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Задирака В. К., академік НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор.
Козаченко Ю. В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Кузка О. І., кандидат фізико-математичних наук, доцент.
Перестюк М. О., академік НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор.
Ронто А. М., доктор фізико-математичних наук, професор,
Ронто М. Й., доктор фізико-математичних наук, професор,
Сливка-Тилищак Г. І., доктор фізико-математичних наук, доцент.
Слюсарчук П. В., кандидат фізико-математичних наук, професор.
Шапочка І. В., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Рекомендовано до друку Вченою радою ДВНЗ «Ужгородський національний університет», протокол № 6 від 21.06.2018 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації Серія КВ №7972 від 9.10.2003 року, видане Державним комітетом телебачення і радіомовлення України.

Засновник і видавець – Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський національний університет».

Виходить два рази на рік.

Збірник наукових праць видається з 1994 року.

Адреса редакційної колегії: Україна, 88020 Ужгород, вул. Університетська, 14, математичний факультет УжНУ. Тел. (факс): +380 (312) 642725, e-mail: f-mat@uzhnu.edu.ua.

© В. В. Маринець,
І. А. Мич, упорядкування, 2018

© Ужгородський національний університет,
2018

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

STATE UNIVERSITY
«UZHHOROD NATIONAL UNIVERSITY»

**SCIENTIFIC BULLETIN OF
UZHHOROD UNIVERSITY**

Series of
MATHEMATICS AND INFORMATICS

Issue no 1 (32)

Uzhhorod 2018

Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics / Edit.: V. Marynets (Chief edit.) and others. – Uzhhorod: Scientific Bulletin of UzhNU «Hoverla», 2018. – Issue no 1 (32). – 160 p.

EDITORIAL

Chief editor — Marynets V., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Deputy Chief editor — Heche F., As. prof., Dr. Sci. (Tech.).
Deputy Chief editor — Korol I., As. prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Responsible secretary — Mych I., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
Members: Bovdi A., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Bovdi V., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
 Bondarenko V., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Voloshyn O., Prof., Dr. Sci. (Tech.).
 Holovach J., Prof., Dr. Sci. (Tech.).
 Gusak D., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Zadyraka V., Prof., academic of NA of Sc of Ukraine,
 Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Kozachenko Yu., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Kuzka A., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
 Perestyuk N., Prof., academic of NA of Sc of Ukraine,
 Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Ronto A., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Ronto M., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Slyvka-Tylyshchak G., As. prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
 Slyusarchuk P., Prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
 Shapochka I., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).

Recommended for publication by the Scientific Council of UzhNU, record no 6 dated by June 21, 2018.

Certificate of state registration number KV 7972 dated by September 9, 2003.
Founder and Publisher: State University “Uzhhorod National University”.
Published twice a year.
The collection of scientific articles has been published since 1994.

Address of publishing house: Mathematical faculty “UzhNU”, Universytetska str. 14, Uzhhorod, 88020, Ukraine, tel. (fax): +380 (312) 642725, e-mail: f-mat@uzhnu.edu.ua.

ЗМІСТ

1. Андрашко Ю. В., Максим В. В. Булева задача розміщення із урахуванням переваг клієнтів	7
2. Білецька Д. Ю., Шапочка І. В. Тензорні добутки нерозкладних цілочислових матричних зображень симетричної групи третього степеня	15
3. Болдирева В. О., Жмихова Т. В. Ймовірність небанкрутства страхової компанії з витратами на рекламу та інвестиціями у банківський депозит за Каско страхуванням топ-10 страхових компаній України. II.	29
4. Бондаренко В. М., Заціха Я. В. Канонічні форми матричних зображень напівгруп малого порядку	36
5. Бондаренко В. М., Стъопочкіна М. В. Про властивості частково впорядкованих множин ММ-типу (1, 3, 5)	50
6. Брила А. Ю. Про одну задачу лексикографічної оптимізації з інтервальними оцінками	54
7. Глебена М. І., Глебена В. Ф., Попельський О. М. Визначення оптимальних параметрів моделей доступу до інформації у файлах баз даних.	61
8. Дрожжина А. В. Асимптотика розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь n -го порядку, що є асимптотично близькими до рівнянь з правильно змінними нелінійностями	67
9. Зубарук О. В. Про зображувальний тип напівгрупи S_{32}^0 над довільним полем	80
10. Кирилюк О. А. Мінімальні незвідні розв'язні підгрупи групи $GL(q, \mathbb{Z}_p)$	86
11. Кічмаренко О. Д. Ступінчасте усереднення керованих функціонально-дифференціальних систем	93
12. Козаченко Ю. В., Василик О. І. Рівномірна збіжність вейвлет-розкладів випадкових процесів з класів $V(\varphi, \psi)$	108
13. Маринець В. В., Питъовка О. Ю. Дослідження крайової задачі для нелінійного хвильового рівняння з розривною правою частиною	116
14. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Досконалі диз'юнктивні нормальні форми алгебри U_2	124
15. Сапожнікова К. Ю. Часткове усереднення систем диференціальних рівнянь з максимумом	130
16. Сливка-Тилищак Г. І., Михасюк М. М. Властивості узагальненого розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності на прямій з випадковою правою частиною з простору Орліча	136
17. Чуйко С. М., Чуйко О. С., Чечетенко В. О. Про розв'язання нелінійних інтегрально-диференціальних крайових задач методом Ньютона-Канторовича	147

CONTENTS

1. <i>Andrashko Yu. V., Maksym V. V.</i> Boolean facility location problem with client preferences.....	7
2. <i>Biletska D. Yu., Shapochka I. V.</i> Tensor products of indecomposable integral matrix representations of the symmetric group of third degree.....	15
3. <i>Boldyreva V. O., Zhmykhova T. V.</i> The probability of non-ruin of an insurance company with advertising expenses and investing in bank term deposit by MHull insurance of 10 Top insurance companies of Ukraine. II.....	29
4. <i>Bondarenko V. M., Zaciha Ya. V.</i> Canonical forms of matrix representations of semigroups of small order.....	36
5. <i>Bondarenko V. M., Styopochkina M. V.</i> On properties of posets of MM -type $(1, 3, 5)$	50
6. <i>Bryla A. Yu.</i> On lexicographic optimization problem with interval parameters....	54
7. <i>Hlebena M. I., Hlebena V. F., Popelskyi O. M.</i> Finding the optimum parameters of models of access to information in database files. \\.....	61
8. <i>Drozzhina A. V.</i> Asymptotic of solutions of the nonlinear differential equations n -th order asymptotically close to the equations with regularly varying nonlinearities.....	67
9. <i>Zubaruk O. V.</i> On representation type of the semigroup S_{32}^0 over an arbitrary field	80
10. <i>Kyryl'uk O. A.</i> Minimal irreducible solvable subgroups of the group $GL(q, \mathbf{Z}_p)$...	86
11. <i>Kichmareno O. D.</i> Step-by-step averaging of functional-differential control systems.....	93
12. <i>Kozachenko Yu. V., Vasylyk O. I.</i> Uniform convergence of wavelet expansions of random processes from the classes $V(\varphi, \psi)$	108
13. <i>V. V. Marynets, O. Y. Pytovka</i> Investigation of boundary-value problem for non-linear wave equation with discontinuous right part.....	116
14. <i>Mych I. A., Nykolenko V. V., Varcaba E. V.</i> Perfect disjunctive normal forms of algebra U_2	124
15. <i>Sapozhnikova K. Yu.</i> Partial averaging of differential systems with maxima.....	130
16. <i>Slyvka-Tylyshchak G. I., Mykhasiuk M. M.</i> The properties of generalized solution of Cauchy problems for the heat equations with a random right side from Orlicz space.....	136
17. <i>Chuiko S. M., Chuiko O. S., Chechetenko V. O.</i> On of solving nonlinear Noether integral-differential boundary value problems by the of Newton-Kantorovich method.....	147

УДК 519.8

А. Ю. Брила (ДВНЗ "Ужгородський нац. ун-т")

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ З ІНТЕРВАЛЬНИМИ ОЦІНКАМИ

In this paper, a decision making problem where alternatives are estimated with interval parameters and the feasible set is defined using interval constraints is considered. Based on the assumption that the objective functions and constraints are linear, a linear lexicographic optimization problem with interval coefficients in the objective functions and constraints was specified. For solving this problem, the approach of its reduction to optimization problem with a scalar objective function and scalar constraints was proposed. This approach consists of two steps. At the first step, we reduce the problem with interval coefficients to a lexicographic-lexicographical optimization problem with lexicographical constraints. At the second step, we reduce this lexicographic-lexicographical optimization problem to a problem with a single scalar objective function and scalar constraints. This makes it possible to use well known classical methods of crisp optimization theory for solving this problem.

У статті розглядається задача лексикографічної багатокритеріальної оптимізації, у якій альтернативи оцінюються за допомогою інтервальних оцінок і множина допустимих розв'язків задається за допомогою обмежень, що містять інтервальні параметри. Вважаємо, що часткові цільові функції та обмеження є лінійними і містять інтервальні коефіцієнти. Для розв'язання цієї задачі запропоновано підхід до розв'язання задачі, який ґрунтується на зведенні її до задачі скалярної оптимізації. На першому кроці розглядувана задача лексикографічної багатокритеріальної оптимізації зводиться до задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації з лексикографічними обмеженнями. На другому кроці задача зводиться до задачі скалярної оптимізації.

Вступ. Багато задач прийняття рішень не можуть бути описані за допомогою засобів чіткої оптимізації у зв'язку з невизначеністю ознак, що впливають на кінцеве рішення. Тому на практиці часто у таких випадках застосовують засоби нечіткої оптимізації. Зокрема, широко поширеними є випадки, коли параметри, що описують досліджувану модель, можуть бути представлені за допомогою інтервальних оцінок.

Будемо вважати, що центр інтервалу представляє очікуване значення, а ширина інтервалу відображає невизначеність значення параметра [1]. При порівнянні інтервальних оцінок будемо використовувати підхід, що запропоновано у [2]. Такий підхід дозволяє здійснювати порівняння інтервалів стосовно відношення прийнятності.

Розглянемо задачу прийняття рішень, у якій критеріальні функції є строго проранжовано за важливістю, часткові критерії та обмеження є лінійними і можуть містити обмеження з інтервальними коефіцієнтами. Дані припущення ускладнюють задачу прийняття рішень, оскільки не дозволяють використовувати для її розв'язання відомі методи чіткої багатокритеріальної оптимізації.

У даній статті для розв'язання розглядуваної задачі застосовано підхід, що ґрунтується на зведенні її до задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації [3]. Дана ж задача може бути розв'язана шляхом зведення її до задачі лексикографічної оптимізації або ж зведенням її до задачі скалярної оптимізації.

1. Правило порівняння інтервальних оцінок. Інтервальні оцінки розглядуваної задачі прийняття рішень характеризуються за допомогою пари чисел

$$A = \langle a_C, a_W \rangle,$$

де $a_C \in \mathbf{R}$ є центром інтервалу, $a_W \in \mathbf{R}$ є шириною інтервалу. Центр інтервалу характеризує очікуване значення параметру, а ширина інтервалу відображає міру невизначеності параметру [2].

Будемо використовувати звичні операції інтервальної арифметики [1].

Нехай $A = \langle a_C, a_W \rangle$, $B = \langle b_C, b_W \rangle$, тоді

$$A + B = \langle a_C, a_W \rangle + \langle b_C, b_W \rangle = \langle a_C + b_C, a_W + b_W \rangle, \quad (1)$$

$$kA = k \langle a_C, a_W \rangle = \langle ka_C, |k| a_W \rangle.$$

Вважатимемо, що усі змінні є невід'ємними цілими числами, тому попередню операцію можна записати так

$$kA = k \langle a_C, a_W \rangle = \langle ka_C, ka_W \rangle. \quad (2)$$

При порівнянні інтервальних оцінок будемо використовувати правило, запропоноване Hu і Wang [2].

Означення 1. Для будь-яких двох інтервальних оцінок $A = \langle a_C, a_W \rangle$ і $B = \langle b_C, b_W \rangle$

$$A \prec_{=} B, \text{ якщо } \begin{cases} a_C < b_C \text{ for } a_C \neq b_C, \\ a_W \geq b_W \text{ for } a_C = b_C, \end{cases} \quad (3)$$

$$A = B, \text{ якщо } \begin{cases} a_C = b_C, \\ a_W = b_W, \end{cases} \quad (4)$$

$$A \prec B, \text{ якщо } A \prec_{=} B \text{ і } A \neq B.$$

Відношення $A \prec_{=} B$ означає, що A є менш прийнятним ніж B . Очевидно, що у випадку, коли центри інтервалів є рівними, то особа, що приймає рішення віддасть перевагу інтервалу з меншою мірою невизначеності (меншою шириною інтервалу).

2. Лексикографічна багатокритеріальна задача оптимізації з інтервальними оцінками. Розглянемо задачу оптимізації, у якій коефіцієнти є інтервальними оцінками:

$$\max^L F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_q(x)), \quad (5)$$

з обмеженнями

$$G_i(x) \prec_{=} B_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (6)$$

$$x \geq 0, \quad (7)$$

$$x \in D \subset Z, \quad (8)$$

де

$$f_i(x) = F_{i1}x_1 + F_{i2}x_2 + \dots + F_{in}x_n, \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

$$G_i(x) = A_{i1}x_1 + A_{i2}x_2 + \dots + A_{in}x_n, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$F_{ij} = \langle f_{ijC}, f_{ijW} \rangle, \quad A_{ij} = \langle a_{ijC}, a_{ijW} \rangle, \quad B_i = \langle b_{iC}, b_{iW} \rangle,$$

$D \subset Z^n$ задає множину можливих значень для цілочислових змінних задачі.

Позначимо множину допустимих розв'язків, що задається за допомогою обмежень (6)-(8) як X .

У даній задачі оптимізації при попарному порівнянні альтернатив за частковими критеріями використовуватимемо правило віддачі переваги, що задається означенням 1.

Означення 2. Для двох альтернатив $x, y \in X$ виконується співвідношення

$$F(x) \prec_{\leq}^L F(y),$$

якщо існує таке $k, 1 \leq k \leq q$, що

$$f_k(x) \prec_{=} f_k(y)$$

і, якщо $k > 1$, то

$$f_i(x) = f_i(y), \quad i = 1, 2, \dots, k-1.$$

Дано означення оптимального розв'язку у задачі (5)-(8).

Означення 3. Допустимий розв'язок $x^* \in X$ є оптимальним (непокрещуваним) розв'язком, якщо $F(x) \prec_{=} F(x^*)$ для всякого $x \in X$.

3. Зведення лексикографічної задачі багатокритеріальної оптимізації з інтервальними оцінками до багатокритеріальної задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації з лексикографічними обмеженнями. Для початку розглянемо зміст лексикографічних обмежень. Лексикографічні обмеження розглядаються у [3]. У загальному вони задаються за допомогою векторної нерівності

$$g(x) \leq^L b,$$

де

$$g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^q,$$

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_q(x)),$$

$$g_i(x): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, \quad i = 1, 2, \dots, q,$$

$$b \in \mathbf{R}^q, \quad b = (b_1, b_2, \dots, b_q),$$

(нерівність " \leq^L " означає, що вектори порівнюються з використанням правила лексикографічного порядку віддачі переваги [3]). Таким чином обмеження складається з $q, (q \geq 1)$ часткових скалярних обмежень:

$$g_1(x) \leq b_1,$$

$$g_2(x) \leq b_2,$$

...

$$g_q(x) \leq b_q.$$

Альтернатива $x \in \mathbf{R}^n$ задовольняє це лексикографічне обмеження, якщо один із випадків має місце:

- 1) $g_1(x) < b_1$;
- 2) $g_1(x) = b_1$,
 $g_2(x) < b_2$;
- 3) $g_1(x) = b_1$,
 $g_2(x) = b_2$,
 $g_3(x) < b_3$;
.....
 $g_1(x) = b_1$,
 $g_2(x) = b_2$,
- q)
 $g_{q-1}(x) = b_{q-1}$
 $g_q(x) < b_q$
- q+1) $g_i(x) = b_i, i = 1, 2, \dots, q$.

Враховуючи властивості лексикографічних обмежень, правило віддачі переваги, яке задається означенням 1, може бути представлено за допомогою наступного співвідношення

$$A \prec_{\leq} B \text{ якщо } \bar{A} \leq^L \bar{B},$$

де

$$\bar{A} = (A_C, -A_W),$$

$$\bar{B} = (B_C, -B_W).$$

Використовуючи таке представлення лексикографічна задача багатокритеріальної оптимізації з інтервальними оцінками може бути зведена до багатокритеріальної задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації [3] з лексикографічними обмеженнями :

$$\max^{LL} \bar{F}(x) = (\bar{f}_1(x), \bar{f}_2(x), \dots, \bar{f}_q(x)), \quad (9)$$

з обмеженнями

$$\bar{G}_i(x) \leq^L \bar{B}_i, i = 1, 2, \dots, m, \quad (10)$$

$$x \geq 0, x \in D \subset \mathbf{Z}^n, \quad (11)$$

де

$$\bar{f}_i(x) = (F_{iC}(x), -F_{iW}(x)), i = 1, 2, \dots, q,$$

$$F_{iC}(x) = f_{i1}x_1 + f_{i2}x_2 + \dots + f_{in}x_n,$$

$$F_{iW}(x) = f_{i1W}x_1 + f_{i2W}x_2 + \dots + f_{inW}x_n,$$

$$\bar{G}_i(x) = (\bar{G}_{iC}(x), -\bar{G}_{iW}(x)),$$

$$\bar{G}_{iC}(x) = a_{i1C}x_1 + a_{i2C}x_2 + \dots + a_{inC}x_n,$$

$$\bar{G}_{iW}(x) = a_{i1W}x_1 + a_{i2W}x_2 + \dots + a_{inW}x_n,$$

$$\bar{B}_i = (b_{iC}, -b_{iW}).$$

Таким чином при заданому способі задання і порівняння інтервальних оцінок можемо звести лексикографічну задачу багатокритеріальної оптимізації з інтервальними оцінками до цілочислової багатокритеріальної задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації з лексикографічними обмеженнями.

4. Зведення цілочислової задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації з лексикографічними обмеженнями до цілочислової задачі з скалярною цільовою функцією і скалярними обмеженнями. Використовуючи міркування аналогічні до [3], задача лексикографічно-лексикографічної оптимізації з лексикографічними обмеженнями може бути зведена до задачі лексикографічної оптимізації з лексикографічними обмеженнями

$$\max^L l(x), \quad (12)$$

з обмеженнями

$$\bar{G}_i(x) \leq^L \bar{B}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (13)$$

$$x \geq 0, x \in D \subset \mathbf{Z}^n, \quad (14)$$

де

$$l(x) = (F_{1C}, -F_{1W}, F_{2C}, -F_{2W}, \dots, F_{qC}, -F_{qW}).$$

Нехай додатні коефіцієнти α_{i1}, α_{i2} ($1 \leq i \leq m$) знайдені за правилом:

$$\alpha_{i2} > 0$$

деяке довільне додатне число; α_{i1} – визначено згідно умови

$$\alpha_{i1} > \frac{1}{\mu_i} \alpha_{i2} M_{i2}, \quad (15)$$

де

$$M_{i2} \geq \max \{ |b_{iW} - \bar{G}_{iW}(x)| : x \in D \}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (16)$$

$$0 < \mu_i \leq \inf_{\substack{x \in D \\ b_{iC} \neq \bar{G}_{iC}(x)}} |b_{iC} - \bar{G}_{iC}(x)|. \quad (17)$$

Якщо $a_{ijC} > 0$, то у (16) можемо використати

$$M_{i2} \geq \max \{ |b_{iW} - \bar{G}_{iW}(x)| : x \in D_i \}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (18)$$

або ж

$$M_{i2} \geq \max \{ |b_{iW}, |b_{iW} - \bar{G}_{iW}(\bar{d}_{i1}, \bar{d}_{i2}, \dots, \bar{d}_{in})| \}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (19)$$

де

$$D_i = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{Z}^n : 0 \leq x_j \leq \bar{d}_{ij} = \left\lfloor \frac{b_{iC}}{a_{ijC}} \right\rfloor, j = 1, 2, \dots, n \right\}.$$

Відмітимо, що у випадку $x_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, 2, \dots, n$ у (19) $\bar{d}_{ij} = 1$.

Також, у випадку, коли $a_{ijC} \in \mathbf{Z}$ ($1 \leq j \leq n$) і $b_{iC} \in \mathbf{Z}$, то для спрощення можемо використати

$$\mu_i = 1. \quad (20)$$

Нехай

$$g_i(x) = \alpha_{i1}\bar{G}_{iC}(x) - \alpha_{i2}\bar{G}_{iW},$$

$$b_i = \alpha_{i1}b_{iC} - \alpha_{i2}b_{iW},$$

Має місце теорема

Теорема 1. *Оптимальний розв'язок задачі*

$$\max^L l(x), \tag{21}$$

з обмеженнями

$$g_i(x) \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \tag{22}$$

є оптимальним розв'язком задачі (5)-(8).

Доведення. У [8] доведено, що лексикографічні обмеження

$$\bar{G}_i(x) \leq^L \bar{B}_i, \quad 1 \leq i \leq m,$$

є еквівалентними обмеженням

$$g_i(x) \leq b_i, \quad 1 \leq i \leq m.$$

Аналогічно до [3], легко довести, що розв'язок задачі лексикографічної оптимізації (21)-(23) є розв'язком задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації (9)-(11). А отже, оптимальний розв'язок задачі (21)-(23) є оптимальним розв'язком задачі (5)-(8).

Даний підхід аналогічно може бути використаним у таких випадках:

- тільки цільова функція містить інтервальні коефіцієнти (в цьому випадку задача (12)-(14) є звичайною задачею лексикографічно-лексикографічної оптимізації і для її розв'язання можна використати відомі методи [3]);
- тільки множина допустимих розв'язків містить інтервальні коефіцієнти (тоді змінивши обмеження з використанням коефіцієнтів (15), ми знову ж таки приходимо до звичайної задачі лексикографічно-лексикографічної оптимізації);
- не всі обмеження містять інтервальні коефіцієнти (тоді необхідно замінити тільки обмеження з інтервальними оцінками з використанням коефіцієнтів (15)).

Висновки. У даній роботі було розглянуто задачу прийняття рішень, у якій деякі параметри можуть бути інтервальними оцінками. Ми сформулювали лексикографічну задачу багатокритеріальної оптимізації з інтервальними оцінками. Для її розв'язання було запропоновано підхід, що ґрунтується на зведенні даної задачі до задачі лексикографічно-лексикографічної задачі оптимізації з лексикографічними обмеженнями, яку можна звести до цілочислової задачі лексикографічної оптимізації. Перевагою такого підходу є можливість застосування відомих методів лексикографічної оптимізації [3].

Список використаної літератури

1. *Lodwick, W. A.* "Interval and fuzzy analysis: An uni. ed approach, in Advances in Imaging and Electronic Physics, P. W. Hawkes, Editor, Volume 148, Elsevier Press, 2007, pp. 75-192.
2. *B. Q. Hu, S. Wang, A novel approach in uncertain programming Part I: New arithmetic and order relation for interval numbers, J. Ind. Manag. Optim. 2 (4) (2006) 351-371.*
3. *Червак Ю. Ю.* Оптимізація. Непокращуваний вибір / Ю.Ю. Червак. — Ужгород: Ужгородський нац. ун-т, 2002. — 312 с.
4. *Подиновский В.В., Гаврилов В.М.* Оптимизация по последовательно применяемым критериям / В.В. Подиновский, В.М. Гаврилов. — М.:Наука, 1975. — 192 с.
5. *Брила А. Ю.* Достижимость оптимальных решений линейной задачи многокритериальной оптимизации по взвешенной сумме критериев разной важности в транзитивной субординации / А.Ю. Брила // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — №5. — С. 135-138.
6. *Брила А.Ю., Гренджа В.І.* Досяжність оптимальних розв'язків лексикографічної задачі про ранець / А.Ю. Брила, В.І. Гренджа, // Computation Inteligence (Results, Problems and Perspectives): Proceeding of the Second International Conference (14-17 May 2013, Cherkasy). — Cherkasy:McLaut, 2013. — P.334.
7. *Брила А.Ю.* Достижимость оптимальных решений линейной задачи многокритериальной оптимизации с альтернативными критериями в транзитивной субординации / А.Ю. Брила // Международный научно-технический журнал "Проблемы управления и информатики". — 2011. — №4. — С. 68-72.
8. *Bryla, A.* On Solving an Optimization Problem with Interval Coefficients /A.Bryla // Optimization Methods and Applications. — 2017. — Vol.130 — P.57-74.

Одержано 05.02.2018