

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

**НАУКОВИЙ ВІСНИК
УЖГОРОДСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

серія

МАТЕМАТИКА І ІНФОРМАТИКА

Випуск №1 (32)

Ужгород 2018

УДК 51+001

Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. матем. і інформ. / Редкол.: В. В. Маринець (гол. ред.) та інші. – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2018. – випуск №1 (32). – 160 с.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор — Маринець В. В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Заст. головн. редактора — Гече Ф. Е., доктор технічних наук, доцент.
Заст. головн. редактора — Король І. І., доктор фізико-математичних наук, доцент.
Відповідальний секретар — Мич І. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Члени редакційної колегії:

Бовді А. А., доктор фізико-математичних наук, професор.
Бовді В. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент.
Бондаренко В. М., доктор фізико-математичних наук, професор.
Волошин О. Ф., доктор технічних наук, професор.
Головач Й. Г., доктор технічних наук, професор.
Гусак Д. В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Задирака В. К., академік НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор.
Козаченко Ю. В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Кузка О. І., кандидат фізико-математичних наук, доцент.
Перестюк М. О., академік НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор.
Ронто А. М., доктор фізико-математичних наук, професор,
Ронто М. Й., доктор фізико-математичних наук, професор,
Сливка-Тилищак Г. І., доктор фізико-математичних наук, доцент.
Слюсарчук П. В., кандидат фізико-математичних наук, професор.
Шапочка І. В., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Рекомендовано до друку Вченою радою ДВНЗ «Ужгородський національний університет», протокол № 6 від 21.06.2018 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації Серія КВ №7972 від 9.10.2003 року, видане Державним комітетом телебачення і радіомовлення України.

Засновник і видавець – Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський національний університет».

Виходить два рази на рік.

Збірник наукових праць видається з 1994 року.

Адреса редакційної колегії: Україна, 88020 Ужгород, вул. Університетська, 14, математичний факультет УжНУ. Тел. (факс): +380 (312) 642725, e-mail: f-mat@uzhnu.edu.ua.

© В. В. Маринець,
І. А. Мич, упорядкування, 2018

© Ужгородський національний університет,
2018

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

STATE UNIVERSITY
«UZHHOROD NATIONAL UNIVERSITY»

**SCIENTIFIC BULLETIN OF
UZHHOROD UNIVERSITY**

Series of
MATHEMATICS AND INFORMATICS

Issue no 1 (32)

Uzhhorod 2018

Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics / Edit.: V. Marynets (Chief edit.) and others. – Uzhhorod: Scientific Bulletin of UzhNU «Hoverla», 2018. – Issue no 1 (32). – 160 p.

EDITORIAL

Chief editor — Marynets V., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Deputy Chief editor — Heche F., As. prof., Dr. Sci. (Tech.).
Deputy Chief editor — Korol I., As. prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Responsible secretary — Mych I., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
Members: Bovdi A., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Bovdi V., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
Bondarenko V., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Voloshyn O., Prof., Dr. Sci. (Tech.).
Holovach J., Prof., Dr. Sci. (Tech.).
Gusak D., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Zadyraka V., Prof., academic of NA of Sc of Ukraine,
Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Kozachenko Yu., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Kuzka A., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
Perestyuk N., Prof., academic of NA of Sc of Ukraine,
Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Ronto A., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Ronto M., Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Slyvka-Tylyshchak G., As. prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.).
Slyusarchuk P., Prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).
Shapochka I., As. prof., Cand. Sci. (Phys.-Math.).

Recommended for publication by the Scientific Council of UzhNU, record no 6 dated by June 21, 2018.

Certificate of state registration number KV 7972 dated by September 9, 2003.
Founder and Publisher: State University “Uzhhorod National University”.
Published twice a year.
The collection of scientific articles has been published since 1994.

Address of publishing house: Mathematical faculty “UzhNU”, Universytetska str. 14, Uzhhorod, 88020, Ukraine, tel. (fax): +380 (312) 642725, e-mail: f-mat@uzhnu.edu.ua.

ЗМІСТ

1. Андрашко Ю. В., Максим В. В. Булева задача розміщення із урахуванням переваг клієнтів	7
2. Білецька Д. Ю., Шапочка І. В. Тензорні добутки нерозкладних цілочислових матричних зображень симетричної групи третього степеня	15
3. Болдирева В. О., Жмихова Т. В. Ймовірність небанкрутства страхової компанії з витратами на рекламу та інвестиціями у банківський депозит за Каско страхуванням топ-10 страхових компаній України. II.	29
4. Бондаренко В. М., Заціха Я. В. Канонічні форми матричних зображень напівгруп малого порядку	36
5. Бондаренко В. М., Стъопочкіна М. В. Про властивості частково впорядкованих множин ММ-типу (1, 3, 5)	50
6. Брила А. Ю. Про одну задачу лексикографічної оптимізації з інтервальними оцінками	54
7. Глебена М. І., Глебена В. Ф., Попельський О. М. Визначення оптимальних параметрів моделей доступу до інформації у файлах баз даних.	61
8. Дрожжина А. В. Асимптотика розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь n -го порядку, що є асимптотично близькими до рівнянь з правильно змінними нелінійностями	67
9. Зубарук О. В. Про зображувальний тип напівгрупи S_{32}^0 над довільним полем	80
10. Кирилюк О. А. Мінімальні незвідні розв'язні підгрупи групи $GL(q, \mathbb{Z}_p)$. . .	86
11. Кічмаренко О. Д. Ступінчасте усереднення керованих функціонально-дифференціальних систем	93
12. Козаченко Ю. В., Василик О. І. Рівномірна збіжність вейвлет-розкладів випадкових процесів з класів $V(\varphi, \psi)$	108
13. Маринець В. В., Питъовка О. Ю. Дослідження крайової задачі для нелінійного хвильового рівняння з розривною правою частиною	116
14. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Досконалі диз'юнктивні нормальні форми алгебри U_2	124
15. Сапожнікова К. Ю. Часткове усереднення систем диференціальних рівнянь з максимумом	130
16. Сливка-Тилищак Г. І., Михасюк М. М. Властивості узагальненого розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності на прямій з випадковою правою частиною з простору Орліча	136
17. Чуйко С. М., Чуйко О. С., Чечетенко В. О. Про розв'язання нелінійних інтегрально-диференціальних крайових задач методом Ньютона-Канторовича	147

CONTENTS

1. <i>Andrashko Yu. V., Maksym V. V.</i> Boolean facility location problem with client preferences.....	7
2. <i>Biletska D. Yu., Shapochka I. V.</i> Tensor products of indecomposable integral matrix representations of the symmetric group of third degree.....	15
3. <i>Boldyreva V. O., Zhmykhova T. V.</i> The probability of non-ruin of an insurance company with advertising expenses and investing in bank term deposit by MHull insurance of 10 Top insurance companies of Ukraine. II.....	29
4. <i>Bondarenko V. M., Zaciha Ya. V.</i> Canonical forms of matrix representations of semigroups of small order.....	36
5. <i>Bondarenko V. M., Styopochkina M. V.</i> On properties of posets of MM -type $(1, 3, 5)$	50
6. <i>Bryla A. Yu.</i> On lexicographic optimization problem with interval parameters....	54
7. <i>Hlebena M. I., Hlebena V. F., Popelskyi O. M.</i> Finding the optimum parameters of models of access to information in database files. \\.....	61
8. <i>Drozhzhina A. V.</i> Asymptotic of solutions of the nonlinear differential equations n -th order asymptotically close to the equations with regularly varying nonlinearities.....	67
9. <i>Zubaruk O. V.</i> On representation type of the semigroup S_{32}^0 over an arbitrary field	80
10. <i>Kyryl'uk O. A.</i> Minimal irreducible solvable subgroups of the group $GL(q, \mathbf{Z}_p)$...	86
11. <i>Kichmarenko O. D.</i> Step-by-step averaging of functional-differential control systems.....	93
12. <i>Kozachenko Yu. V., Vasylyk O. I.</i> Uniform convergence of wavelet expansions of random processes from the classes $V(\varphi, \psi)$	108
13. <i>V. V. Marynets, O. Y. Pytovka</i> Investigation of boundary-value problem for non-linear wave equation with discontinuous right part.....	116
14. <i>Mych I. A., Nykolenko V. V., Varcaba E. V.</i> Perfect disjunctive normal forms of algebra U_2	124
15. <i>Sapozhnikova K. Yu.</i> Partial averaging of differential systems with maxima.....	130
16. <i>Slyvka-Tylyshchak G. I., Mykhasiuk M. M.</i> The properties of generalized solution of Cauchy problems for the heat equations with a random right side from Orlicz space.....	136
17. <i>Chuiko S. M., Chuiko O. S., Chechetenko V. O.</i> On of solving nonlinear Noether integral-differential boundary value problems by the of Newton-Kantorovich method.....	147

УДК 512.53+512.64

О. В. Зубарук (Київський нац. ун-т ім. Т. Шевченка)

ПРО ЗОБРАЖУВАЛЬНИЙ ТИП НАПІВГРУПИ S_{32}^0 НАД ДОВІЛЬНИМ ПОЛЕМ

In this paper we study matrix representations of a semigroup that is the simplest amplification of the wild semigroup $S_{32} = \langle a, b \mid a^3 = a, b^2 = b \rangle$, namely the semigroup $S_{32}^0 = \langle a, b \mid a^3 = a, b^2 = b, ab = 0 \rangle$. We prove that the semigroup S_{32}^0 has finite representation type over an arbitrary field.

У цій роботі вивчаються матричні зображення напівгрупи, яка є найпростішим посиленням дикої напівгрупи $S_{32} = \langle a, b \mid a^3 = a, b^2 = b \rangle$, а саме напівгрупи $S_{32}^0 = \langle a, b \mid a^3 = a, b^2 = b, ab = 0 \rangle$. Доведено, що напівгрупа S_{32}^0 має скінченний зображувальний тип над довільним полем.

У загальному випадку задача про класифікацію (з точністю до подібності) пар матриць над полем до цих пір не розв'язана. Більше того, вона давно вважається еталоном максимальної складності для класифікаційних задач теорії зображень, і задачі, які містять в собі вказану задачу про пару матриць, називають дикими, а решту — ручними (точні означення див. в роботі [1]). Особливу наукову цінність мають результати про повну класифікацію пар матриць над полем, що задовольняють прості алгебраїчні співвідношення. Першою такою задачею стала задача про класифікацію пар матриць A, B , що задовольняють співвідношення $A^2 = B^2 = AB = BA = 0$, розв'язок якої над полем характеристики 2 випливає із результатів роботи [2]. Над полями інших характеристик відповідь аналогічна; ідея розв'язання цієї задачі полягає у зведенні її до класичної задачі лінійної алгебри про жмуток матриць, канонічна форма для яких знайдена ще в позаминулому столітті Кронекером і Вейерштрасом.

У 1968 році І. М. Гельфанд і В. А. Пономарьов [3] отримали повну класифікацію пар матриць A, B таких, що $AB = BA = 0$. Пізніше (незалежно та іншим методом) ця задача була розв'язана в [4].

У 1975 році В. М. Бондаренко [5] отримав (у зв'язку з описом модулярних зображень дієдральних груп) повну класифікацію пар матриць A, B таких, що $A^2 = B^2 = 0$, застосувавши метод самовідтворних матричних задач (незалежно, методом І. М. Гельфанда і В. А. Пономарьова, ця задача розв'язана К. Рінгелем [6]). Подальший розвиток цього методу В. М. Бондаренком (разом із розвитком Ю. А. Дроздом теорії ручних та диких задач) дозволив, зокрема, описати ручні скінченні групи над полем довільної характеристики [7].

В роботах [8–13] досліджувалися матричні зображення напівгруп, породжених двома потентними елементами з додатковими простими співвідношеннями (елемент a називається потентним, якщо $a^n = a$ для деякого $n \neq 1$). У цій роботі продовжується вивчення зображень таких напівгруп.

Автор щиро вдячна В. М. Бондаренку за постановку задачі та цінні поради.

1. Формулювання основного результату. Протягом всієї статті K позначає довільне поле.

Нехай S_{32}^0 позначає напівгрупу з нулем із системою твірних $0, a, b$ та визначальними співвідношеннями

$$1) 0^2 = 0, 0a = a0 = 0, 0b = b0 = 0;$$

2) $a^3 = a, b^2 = b;$

3) $ab = 0.$

Ця напівгрупа є найпростішим посиленням нескінченної напівгрупи $S_{32} = \langle a, b \mid a^3 = a, b^2 = b \rangle$, задача про опис матричних зображень якої є дикою.

Згідно загального означення матричних зображень напівгруп, матричне зображення напівгрупи S_{32}^0 над полем K — це довільний гомоморфізм $T : S_{32}^0 \rightarrow M_n(K)$, де $M_n(K)$ напівгрупа (відносно множення) всіх квадратних матриць порядку n над полем K (n називається розмірністю зображення T). Будемо завжди вважати, що матриця $T(0)$ є нульовою; по суті це не є обмеженням, бо при цій вимозі ми “втрачаємо” лише одне нерозкладне зображення розмірності 1, яке кожному елементу напівгрупи зіставляє одиничний елемент поля (див. [14]). Тоді зображення $T : S_{32}^0 \rightarrow M_n(K)$ напівгрупи S_{32}^0 однозначно задається парю матриць $R = \{A = T(a), B = T(b)\}$, такою, що $A^3 = A, B^2 = B, AB = 0.$

Матричні зображення $R = \{A, B\}$ і $R' = \{A', B'\}$ напівгрупи S_{32}^0 називаються еквівалентними, якщо $A' = CAC^{-1}$ і $B' = CBC^{-1}$ для деякої оборотної матриці C . Матричне зображення R називається розкладним, якщо воно еквівалентне прямій сумі двох зображень, і нерозкладним в іншому разі. Для матричних зображень напівгрупи $S = S_{32}^0$ (як і для будь-якої скінченної напівгрупи) має місце теорема Крулля-Шмідта про однозначність розкладу довільного матричного зображення в пряму суму нерозкладних.

Кажуть, що напівгрупа має скінченний зображувальний тип над полем K , якщо з точністю до еквівалентності існує лише скінченне число нерозкладних зображень над полем K .

Переходимо до формулювання основного результату.

Теорема 1. *Напівгрупа S_{32}^0 має скінченний зображувальний тип над довільним полем K*

2. Доведення теореми 1. Доведення проводяться за схемою, запропонованою В. М. Бондаренком (див., зокрема, [14]).

Ми однією і тією буквою E позначаємо одиничну матрицю будь-якого порядку $m \geq 0$. При переході до еквівалентних матричних зображень відповідні матриці позначаються, як правило, тими ж буквами (щоб не ускладнювати позначення).

Випадок, коли поле K є алгебраїчно замкнутим характеристики 0 розглянуто в роботі [8]. Аналогічно теорема доводиться для довільного поля характеристики $p \neq 2$. Розглянемо випадок, коли характеристика поля дорівнює 2.

Нехай $R = \{A, B\}$ — матричне зображення напівгрупи S_{32}^0 над полем K . Не втрачаючи загальності, можна вважати, що матриця A має наступний вигляд (який отримується із жорданової нормальної форми однаковою перестановкою рядків і стовпців):

$$A = \begin{pmatrix} E & 0 & E & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Запишемо матрицю B у блоковому вигляді з блоками такого ж розміру, як і в

матриці A :

$$B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix}.$$

Скористаємося рівністю $AB = 0$:

$$\begin{pmatrix} E & 0 & E & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

або

$$\begin{pmatrix} B_{11} + B_{31} & B_{12} + B_{32} & B_{13} + B_{33} & B_{14} + B_{34} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Внаслідок цього маємо $B_{31} = 0$, $B_{32} = 0$, $B_{33} = 0$, $B_{34} = 0$, $B_{21} = 0$, $B_{22} = 0$, $B_{23} = 0$, $B_{24} = 0$, $B_{11} = 0$, $B_{12} = 0$, $B_{13} = 0$, $B_{14} = 0$, тобто

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix}.$$

Тепер використаємо рівність $B^2 = B$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix}.$$

Звідси маємо наступні рівності:

$$B_{44}B_{41} = B_{41}, \quad (1)$$

$$B_{44}B_{42} = B_{42}, \quad (2)$$

$$B_{44}B_{43} = B_{43}, \quad (3)$$

$$B_{44}^2 = B_{44}. \quad (4)$$

Таким чином, наше матричне зображення $R = \{A, B\}$ породжується матрицями

$$A = \begin{pmatrix} E & 0 & E & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix},$$

де блоки B_{41} , B_{42} , B_{43} і B_{44} задовольняють співвідношення (1) – (4).

Далі з'ясуємо, коли матричне зображення $R = \{A, B\}$ еквівалентне матричному зображенню $\bar{R} = \{\bar{A}, \bar{B}\}$ такого ж вигляду, а саме

$$A = \begin{pmatrix} E & 0 & E & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_{41} & \bar{B}_{42} & \bar{B}_{43} & \bar{B}_{44} \end{pmatrix}.$$

Нехай X — оборотна матриця, така що $\bar{A} = XAX^{-1}$, $\bar{B} = XBX^{-1}$, що еквівалентно $\bar{A}X = XA$, $\bar{B}X = XB$. Очевидно, що з подібності матриць \bar{A} і A випливає їх рівність.

Спочатку використаємо рівність $\bar{A}X = XA$ (де матриця X розбита на блоки у відповідності з розбиттям матриць A і B):

$$\begin{pmatrix} E & 0 & E & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & 0 & E & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Як наслідок, отримуємо:

$$\begin{pmatrix} X_{11} + X_{31} & X_{12} + X_{32} & X_{13} + X_{33} & X_{14} + X_{34} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} + X_{11} & 0 \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} + X_{21} & 0 \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} + X_{31} & 0 \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} + X_{41} & 0 \end{pmatrix}.$$

Звідси маємо $X_{14} = 0$, $X_{21} = 0$, $X_{24} = 0$, $X_{31} = 0$, $X_{32} = 0$, $X_{34} = 0$, $X_{41} = 0$, $X_{42} = 0$, $X_{43} = 0$ і $X_{11} = X_{33}$, а отже,

$$X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & 0 \\ 0 & X_{22} & X_{23} & 0 \\ 0 & 0 & X_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{44} \end{pmatrix}.$$

Із рівностей (4) і вигляду матриці X випливає, що блок B_{44} матриці B вважати рівним

$$\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(потрібно розглянути XBX^{-1} при $X_{12} = 0$, $X_{13} = 0$, $X_{23} = 0$, $X_{11} = E$, $X_{22} = E$). Тоді із рівностей (1) – (3) маємо, що

$$B_{41} = \begin{pmatrix} M_{41} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_{42} = \begin{pmatrix} M_{42} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_{43} = \begin{pmatrix} M_{43} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(нульові горизонтальні смуги в усіх матрицях B_{4j} містять однакове число рядків).

Отже,

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Враховуючи сказане, використаємо тепер рівність $\overline{B}X = XB$:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{M}_{41} & \overline{M}_{42} & \overline{M}_{43} & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & 0 & 0 \\ 0 & X_{22} & X_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{44}^{11} & X_{44}^{12} \\ 0 & 0 & 0 & X_{44}^{21} & X_{44}^{22} \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & 0 & 0 \\ 0 & X_{22} & X_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{44}^{11} & X_{44}^{12} \\ 0 & 0 & 0 & X_{44}^{21} & X_{44}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Звідси, зокрема, випливає, що блоки X_{44}^{12} і X_{44}^{21} — нульові, а тоді ця матрична рівність еквівалентна наступним рівностям:

$$\begin{aligned} X_{44}^{11}M_{41} &= \overline{M}_{41}X_{11}, \\ X_{44}^{11}M_{42} &= \overline{M}_{42}X_{22} + \overline{M}_{41}X_{12}, \\ X_{44}^{11}M_{43} &= \overline{M}_{43}X_{11} + \overline{M}_{41}X_{13} + \overline{M}_{42}X_{23}. \end{aligned}$$

Згідно означення, введеного в [15], приходимо до задачі про матричні зображення наступної частково впорядкованої множини L з інволюцією:

$$L = \{l_1 < l_2 < l_3\}, l_1^* = l_3.$$

Згідно результатів цієї ж роботи вказана частково впорядкована множина з інволюцією має (з точністю до еквівалентності) скінченне число нерозкладних зображень.

Теорема доведена.

Список використаної літератури

1. Дрозд Ю. А. О ручных и диких матричных задачах // Матричные задачи. – Киев: Ин-т математики АН УССР. – 1977. – С. 104–114.
2. Башев В. А. Представления группы $Z_2 \times Z_2$ в поле характеристики 2 // Докл. АН СССР. – 1961. – **141**, вып. 5. – С. 1015–1018.
3. Гельфанд И. М., Пономарьов В. А. Неразложимые представления группы Лоренца // Успехи мат. наук. – 1968. – **23**, вып. 2. – С. 3–60.
4. Назарова Л. А., Ройтер А. В., Сергейчук В. В., Бондаренко В. М. Применение модулей над диадой для классификации конечных p -групп, обладающих абелевой подгруппой индекса p , и пар взаимно аннулирующих операторов // Зап. науч. семинаров ЛОМИ. – 1972. – **28**. – С. 69–92.

5. *Бондаренко В. М.* Представления диэдральных групп над полем характеристики 2 // *Мат. сб.* – 1975. – **96**, вып. 1. – С. 63–74.
6. *Ringel C.* Indecomposable representations of dihedral 2-groups // *Math. Ann.* – 1975. – **214**, № 1. – Р. 19–34.
7. *Бондаренко В. М., Дрозд Ю. А.* Представленческий тип конечных групп // *Модули и представления: Записки науч. семинаров ЛОМИ.* – 1977. – **71**. – С. 24–41.
8. *Зубарук О. В.* Про матричні зображення однієї напівгрупи // *Науковий вісник Ужгородського нац. ун-ту (серія: математика і інформатика).* – 2013. – **24**, № 1. – С. 53–59.
9. *Бондаренко В., Зубарук О.* Алгебра Ауслендера для пар ідемпотентних матриць з сендвіч-співвідношеннями // *Вісник Київського нац. ун-ту імені Тараса Шевченка (Математика. Механіка).* – 2014. – вип. 1. – С. 49–52.
10. *Бондаренко В. М., Зубарук О. В.* Алгебра Ауслендера для пар ідемпотентних матриць з подвійним сендвіч-співвідношенням // *Вісник Київського нац. ун-ту імені Тараса Шевченка (серія: фізико-математичні науки).* – 2014. – вип. 4. – С. 9–13.
11. *Зубарук О. В.* Про Алгебру Ауслендера однієї напівгрупи, породженої двома потентними елементами // *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова (серія 1. Фізико-математичні науки).* – 2014. – № 16. – С. 73–81.
12. *Бондаренко В. М., Зубарук О. В.* Σ -функція числа параметрів для системи матричних зображень // *Збірник праць Ін-ту математики НАН України.* – 2015. – **12**, № 3. – С. 56–64.
13. *Bondarenko V. M., Tertychna O. M., Zubaruk O. V.* On classification of pairs of potent linear operators with the simplest annihilation condition // *Algebra and Discrete Mathematics.* – 2016. – **21**, N 1. – Р. 18–23.
14. *Бондаренко В. М., Костишин Е. М.* Модулярні зображення напівгрупи T_2 // *Науковий вісник Ужгородського ун-ту. Серія: математика і інформатика.* – 2011. – **22**. – С. 26–34.
15. *Назарова Л. А., Ройтер А. В.* Представления и формы слабо пополненных частично упорядоченных множеств // *Линейная алгебра и теория представлений.* – Киев: Ин-т математики АН УССР. – 1983. – С. 19–54.

Одержано 15.01.2018