УДК 519.87
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2019.2(35).112-118

Є. В. Івохін [1], Л. Т. Аджубей [2]

[1] Київський національний університет ім. Т. Шевченка, Київ,
професор кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень,
доктор фізико-математичних наук, професор
ivohin@univ.kiev.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5826-7408

[2] Київський національний університет ім. Т. Шевченка, Київ,
доцент кафедри обчислюваної математики,
кандидат фізико-математичних наук, доцент
adzhubey@ukr.net
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8487-0884

ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ НЕОДНОРІДНИХ ДИФУЗІЙНИХ ГІБРИДНИХ МОДЕЛЕЙ

Дифузійний характер інформаційних процесів дозволяє з успіхом використовувати математичні моделі процесів поширення та розповсюдження для моделювання динаміки змін у рівнях впливу інформації в межах різних цільових груп.

В даній роботі запропоновано підхід до формалізації гібридних математичних моделей динаміки розповсюдження інформаційних процесів в цільовій групі на основі неоднорідних моделей дифузії. Для підвищення адекватності та достовірності результатів, отриманих за допомогою побудованих моделей, пропонується застосувати гібридні системи на основі моделей дифузії та динамічних моделей, що описують процес зміни чисельності контингенту середовища поширення інформації. Запропонована методика дозволяє проводити моделювання та імітацію динамічних процесів спостереження за рівнем інформаційного впливу на основі розв'язування неоднорідних дифузійних рівнянь, зміна інтервалів просторової змінної в яких визначається за допомогою додаткових співвідношень у вигляді системи диференціальних рівнянь. Розглянуто скалярний випадок неоднорідного дифузійного рівняння за умови одновимірного подання контингенту цільової групи. Наведено приклади застосування даного підходу, проаналізовано результати чисельних експериментів.

Ключові слова: інформація, розповсюдження, метод аналогій, неоднорідні дифузійні моделі, гібридність.

1. Вступ. В рамках сучасного інформаційного суспільства генерація потоків інформації розрахована, як правило, на конкретного споживача, має чітко задану цільову направленість, що визначається предметною областю інтересів людини. Обсяг отриманої інформації суттєво перевищує споживчі можливості користувача і тому, як наслідок, різні варіанти ідей та думок починають конкурувати за обмежену увагу споживача. Зрозуміло, що за таких умов на особливу увагу заслуговують методи, що дозволяють моделювати то досліджувати процеси динаміки розповсюдження інформації [1].

Для формалізації і дослідження процесів розвитку в часі інформаційного розповсюдження та впливу на соціум необхідно використовувати принципово новий інструментарій, який дозволить адекватно відображати стан динамічної складової процесу розповсюдження інформації [2]. При цьому, розробка нових підходів часто використовує методику адаптації класичних способів аналізу та обробки динамічних процесів, що формулюється у вигляді так званого механістичного підходу та грунтується на ідеї застосування методу аналогій [3-5].

Очевидно, поширення інформації в суспільстві, думок в соціальних мережах, рекламування продукції та інші інформаційні процеси багато в чому аналогічні процесам поширення (проникнення) деякої речовини, що дифундує в певному середовищі. Будемо вважати середовище однорідним, припускаючи, що область допустимого поширення інформації на основі структурного розширення моделі гібридною підсистемою [4] може бути розрахована за допомогою відповідних рішень цієї підсистеми. Подібна гібридна модель виявилась досить ефективною для опису станів різних цільових груп людей, що знаходяться під впливом інформаційного потоку [5]. Природним узагальненням запропонованого підходу в даному випадку є формалізація впливу на динаміку поширення інформаційних процесів з боку зовнішніх джерел або засобів впливу.

2. Формалізація процесу розповсюдження інформації на основі неоднорідних дифузійних гібридних моделей. Динаміку процесу поширення інформації з урахуванням гібридності структури прикладних моделей доцільно розглядати, зважаючи на динаміку кількісного складу цільових груп, в рамках яких проводяться спостереження за рівнем розповсюдженням інформації.

Позначимо через $u(x,t)$, $0 \le u(x,t) \le 1$, $t \ge 0$, функцію рівня розповсюдження інформації в межах частки x, $0 \le x \le 1$, цільової групи наперед заданого розміру.

Будемо вважати, що цільова група складається з 3-х підгруп по відношенню до сприйняття інформації: сприйнятливих до впливу інформації $y_1(t)$; тих, що вже знаходяться під впливом інформації $y_2(t)$, і тих, хто байдужий до інформаційного впливу $y_3(t)$. Тоді, на основі моделі Бейлі [1] запишемо

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= -y_1(t)y_2(t), \\ \dot{y}_2(t) &= y_1(t)y_2(t) - y_2(t), \\ \dot{y}_3(t) &= y_2(t), \end{aligned} \tag{1}$$

з початковими умовами $y_1(0) = y_1^0; y_2(0) = y_2^0; y_3(0) = y_3^0$, де $y_1(t)+y_2(t)+y_3(t)=1$, $t \ge 0$, можна записати систему диференціальних рівнянь, яка описує динаміку кількісних змін у складі окремих часток в межах цільової групи з точки зору інформаційного поширення та впливу. Визначені вище складові розв'язку системи (1), відповідно, визначають динаміку обсягів визначених підгруп у часі.

За таких умов гранична величина частки членів цільової групи x_Γ, $0 \le$ $\le x_\Gamma(t) \le 1$, що відчувають вплив інформації, теж буде залежати від часу, тобто для опису довільної частки групи x в момент часу $t \ge 0$ отримуємо обмеження $0 \le x \le x_\Gamma(t)$, $x_\Gamma(t) = y_1(t)+y_2(t)$, де $y_1(t)$, $y_2(t)$ – компоненти розв'язку системи (1).

Моделювання зміни рівня (концентрації) інформації у межах цільової групи протягом конкретного часового інтервалу $t \in [0,T]$ з урахуванням зовнішніх джерел або засобів впливу будемо здійснювати за допомогою рівняння дифузії [6] скалярного виду:

$$\partial u/\partial t = -k(t)\partial^2 u/\partial x^2 + f(x,t), \tag{2}$$

з початковими умовами $u(x,0) = 0$, $0 \leq x \leq 1$, і крайовими умовами $u_x^{'}(0,t) = g(t)$, $u_x^{'}(x,t) = 0$, $x_\Gamma(t) \leq x \leq 1$, $t \in [0,T]$, де $k(t)$ – коефіцієнт, що характеризує швидкість проникнення інформації (аналог коефіцієнта дифузії), який пропорційний швидкості зміни частини населення, що вважається вразливою до впливу зовнішньої інформації, тобто $k(t) = \mu\dot{x}_\Gamma(t)$, $\mu > 0$, функція $f(x,t)$ описує вплив зовнішніх джерел інформаційного впливу, величина $0 \leq x \leq x_\Gamma(t)$ визначає частку групи, яка знаходиться або може знаходитися під інформаційним впливом в момент часу $t \in [0,T]$, $0 \leq x_\Gamma(t) \leq 1$, функція $g(t)$ визначає динаміку зовнішнього інформаційного потоку у момент часу $t \in [0,T]$, а поведінка величини $x_\Gamma(t)$ описується системою рівнянь (1) [4].

Зрозуміло, що формалізація зовнішнього впливу у вигляді функції $f(x,t)$ потребує врахування багатьох складних факторів (наприклад, впливу засобів масової інформації, чуток, якості та змісту інформації). Для отримання моделей можна вважати невисоким рівень інформаційного обміну всередині групи, моделювати зовнішній вплив за допомогою деякої динамічної величини або на основі аналогій фізичних процесів (що описуються, наприклад, законами Нернста або Ньютона [5]).

Розглянемо випадок, в якому на рівень інформаційного поширення впливає показник динаміки зміни чисельності у підгрупі, що сприймає інформацію. У цьому випадку можна покласти $f(x,t) = \beta\dot{x}_\Gamma(t)$, $\beta > 0$. Враховуючи акумулятивний характер показника рівня розповсюдження інформації у цільовій підгрупі, будемо шукати частинний розв'язок дифузійного рівняння (2) у вигляді

$$u(x,t) = \int_0^x X(\xi)d\xi + \alpha x_\Gamma(t), \tag{3}$$

де параметр вважатимемо невід'ємним, тобто $\alpha \geq 0$.

З урахуванням зроблених припущень перепишемо крайові умови моделі (2) у вигляді $u_x^{'}(0,t) = {}^{(\alpha-\beta)x_\Gamma(t)}/_{\mu}$, $u_x^{'}(x,t) = 0$, $x_\Gamma(t) \leq x \leq 1$, $t \in [0,T]$.

Підставляючи функцію $u(x,t)$ у рівняння (2), отримуємо співвідношення

$$\alpha\dot{x}_\Gamma(t) = -\mu\dot{x}_\Gamma(t)X(x) + \beta\dot{x}_\Gamma(t). \tag{4}$$

Зрозуміло, що за таких умов дифузійне рівняння (2) має особливий розв'язок, який може бути отриманий за умови $x_\Gamma(t) = c$, c – деяка константа, $c \in [0,1]$. Іншими словами, за наявності стаціонарного процесу в динаміці величини контингенту, що відчуває інформаційний вплив, рівень поширення інформації в групі залишається постійним. Даний розв'язок є тривіальним.

Припустимо, що $\dot{x}_\Gamma(t) \neq 0$. Тоді у кожний момент часу $t \in [0,T]$ дифузійне рівняння має частинний розв'язок вигляду (3), для знаходження якого необхідно розв'язати звичайне диференціальне рівняння першого порядку

$${}^{dX(x)}/_{dx} = -\frac{\alpha-\beta}{\mu}, \tag{5}$$

з початковою умовою, визначеною на кінці інтервалу $X(x_\Gamma(t)) = 0$, розв'язком якого буде функція $X(x) = (\alpha-\beta)(x_\Gamma(t) - x)/\mu$, $0 \leq x \leq x_\Gamma(t)$ [7]. При цьому, маємо величину $X(0) = {}^{(\alpha-\beta)}/_{\mu}\, x_\Gamma(t)$, що відповідає першій граничній умові дифузійного рівняння (1).

Таким чином, остаточно, для довільних значень $\alpha \geq 0$, $\beta > 0$, $\mu > 0$ рівняння (1) має розв'язок вигляду

$$u(x,t) = (\alpha - \beta)\left({}^{x}\!/_{\mu}(x_\Gamma(t) - {}^{x}\!/_{2})\right) + \alpha x_\Gamma(t), \tag{6}$$

який в будь-який момент часу $t \in [0,T]$ визначає рівень розподілу інформації в межах частки підгрупи $0 \leq x \leq x_\Gamma(t)$, розмір якої $x_\Gamma(t)$ від загальної кількості учасників групи розраховується за допомогою розв'язків системи (1) (під значеннями $x_\Gamma(t)$, $\dot{x}_\Gamma(t)$ розуміємо миттєві значення величини $x_\Gamma(t) = y_1(t) + y_2(t)$ та її швидкості, що отримуються з (1) у момент часу t).

Цей розв'язок може бути узагальнений. З початкових умов системи (1) випливає, що $x_\Gamma(0) = 1$. Це дозволяє переписати вигляд розв'язку $u(x,t)$ з урахуванням початкової умови $u(x,0) = 0$, $0 \leq x \leq 1$ дифузійного рівняння (11). Дійсно, якщо розглядати функцію

$$u(x,t) = (\alpha - \beta)\left({}^{x}\!/_{\mu}(x_\Gamma(t) - {}^{x}\!/_{2})\right) + \alpha x_\Gamma(t)(1 - x_\Gamma(t)), \tag{7}$$

то вона задовольняє рівнянню (2) та початковим і крайовим умовам, що дозволяє розглядати її як загальний розв'язок дифузійного рівняння (2) з $f(x,t) = \beta \dot{x}_\Gamma(t)$.

Іншим цікавим випадком використання неоднорідного рівняння (2) для моделювання процесу зміни рівня інформаційного поширення у цільовій групі є врахування у моделі залежності від впливу, який пов'язаний з динамікою безпосередньо рівня групової інформації. Вважаючи, що відома швидкість зміни інформаційного рівня для даної частки групи і у даний момент часу, яка задається у вигляді $f(x,t) = F(u(x,t))$, цей вплив на рівень поширення інформації $u(x,t)$ може бути формалізований за допомогою дифузійного рівняння

$$\partial u/\partial t = -k(t)\partial^2 u/\partial x^2 + F(u), \tag{8}$$

де передбачається, що функція $F(u)$ визначена та неперервна на $0 \leq u \leq 1$, диференційована по u і задовольняє умовам

$$F(0) = F(1) = 0; F(u) > 0, 0 < u < 1; \tag{9}$$

$$\partial F(0)/\partial u = \gamma > 0, \partial F(u)/\partial u < \gamma, 0 < u \leq 1. \tag{10}$$

Тут, як і раніше, $0 \leq x \leq x_\Gamma(t)$, де $x_\Gamma(t)$ визначається з розв'язку системи (1).

Будемо вважати, що інформаційний рівень у групі впливу з часом збільшується. Тоді з останньої умови (10) випливає, що при достатньо малих u швидкість зростання $F(u)$ пропорційна u (з коефіцієнтом пропорційності γ). Крім цього, при наближенні u до одиниці зростання $F(u)$ зупиняється.

Нехай у початковий момент часу поява інформації призводить до процесу її поширення, який характеризується швидкістю $\dot{x}_\Gamma(0) = \gamma$, що з часом зменшується до нульового значення, тобто $\dot{x}_\Gamma(t^*) = 0$, $t^* \in [0,T]$, $u(x_\Gamma, t^*) = 1$.

У цьому випадку можна покласти $F(u)=u\dot{x}_\Gamma(t)$. Тоді, шукаючи частинний розв'язок дифузійного рівняння (8) у вигляді функції

$$u(x,t) = X(x) + \alpha x_\Gamma(t), \tag{11}$$

що задовольняє крайові умови $u_x^{'}(0,t) = -\alpha x_\Gamma(t)$, $u_x^{'}(x,t) = 0$, $x_\Gamma(t) \le x \le 1$, $t \in [0,T]$, отримуємо співвідношення

$$\alpha \dot{x}_\Gamma(t) = -\mu \dot{x}_\Gamma(t) X''(x) + (X + \alpha x_\Gamma(t))\dot{x}_\Gamma(t).$$

Враховуючи $\dot{x}_\Gamma(t) \neq 0$, перепишемо його у вигляді

$$\mu X''(x) - X = \alpha(x_\Gamma(t) - 1), \tag{12}$$

яке є неоднорідним звичайним диференціальним рівнянням, розв'язок якого шукається у вигляді суми $X(x) = X_o(x) + X_н(x)$, де $X_o(x)$ є загальним розв'язком однорідного рівняння $\mu X''(x) - X = 0$, а функція $X_н(x)$ – частинним розв'язком неоднорідного рівняння (12).

Розв'язком однорідного диференціального рівняння буде функція $X(x) = c_1 e^{x/\sqrt{\mu}} + c_2 e^{-x/\sqrt{\mu}}$, використовуючи яку можна знайти загальний розв'язок рівняння (12) (наприклад, методом варіації сталих).

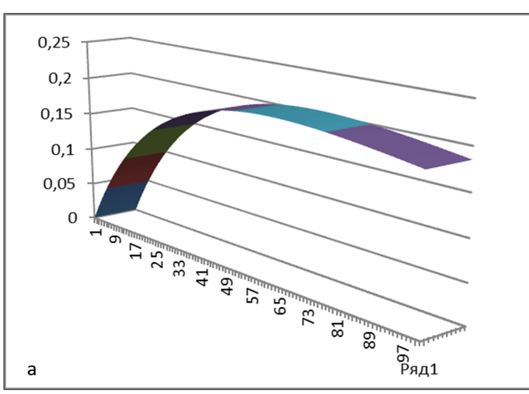
Розглянемо ще один варіант розв'язання рівняння (8). Будемо шукати такий розв'язок, що характеризується властивістю, за якою при зміні часу $t \in [0,T]$ форма кривої, котра задає залежність u від x, не змінюється, а сама крива переміщується справа наліво зі швидкістю λ. Такий розв'язок має вигляд $u(x,t) = U(x + \lambda t)$, що дозволяє ввести нову змінну $z = x + \lambda t$ і перейти до розгляду рівняння

$$\lambda {}^{du}\!/_{dz} = -k(t) {}^{d^2u}\!/_{dx^2} + F(u). \tag{13}$$

Вважаючи $k(t)$ постійною величиною для кожного моменту часу $t \in [0,T]$, можна отримати розв'язок рівняння (13) як розв'язок функціонального рівняння вигляду

$$du/dz = \exp(-\lambda u/k)\left(c_0 + \int \exp(\lambda s/k) F(s) ds\right), \tag{14}$$

який існує при довільних $\lambda \ge \lambda_0$ [7]. При $\lambda = \lambda_0$ отримуємо граничну форму кривих з вказаними вище властивостями. Конкретний вигляд розв'язків рівняння (13) залежатиме від вибору функції $F(u)$, що потребує подальших досліджень.



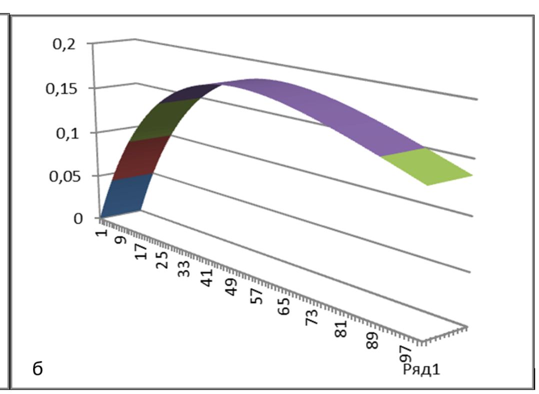


Рис. 1. Розподіл рівнів сприйняття інформації в групі з плином часу

а – коефіцієнти пропорційності $\alpha = 0.005$, $\mu = 0.5$, $\beta = 0.001$;
б – коефіцієнти пропорційності $\alpha = 0.005$, $\mu = 0.5$, $\beta = 0.001$.

На рис.1 наведений приклад просторово-часового розподілу рівнів сприйняття інформації в групі населення, котрий розрахований за допомогою гібридної моделі (2), (1) з $f(x,t) = \beta \dot{x}_{\Gamma}(t)$, отриманої на основі неоднорідного рівняння дифузії та використання системи диференціальних рівнянь моделі Бейлі (1).

3. Висновки за результатами досліджень. У даній роботі запропоновано підхід до побудови гібридних математичних моделей динаміки розповсюдження інформаційних процесів у цільовій групі населення з урахуванням впливу на процес поширення інформації з боку зовнішніх джерел та інших засобів. В основу формалізації покладено ідею застосування гібридних математичних моделей, які складаються з неоднорідного рівняння дифузії (проникнення) і динамічних моделей, що описують процеси зміни чисельності контингенту середовища поширення інформації. Розглянуто різні випадки формалізації зовнішнього впливу на процес інформаційного розповсюдження.

Запропонована методика дозволяє обчислювати рівні впливу та запам'ятовування інформації на основі розв'язків дифузійного рівняння, зміна інтервалів розповсюдження в яких моделюється за допомогою додаткових співвідношень, що отримуються за допомогою розв'язків системи диференціальних рівнянь Бейлі. Розглянуто скалярний розв'язок для одновимірного подання контингенту групи.

Наведено приклади чисельних експериментів по оцінці рівня впливу на основі застосування даного підходу, проаналізовано їх результати. Порівняльний аналіз дозволяє стверджувати про наявність достатньої адекватності модельних даних та даних, отриманих у результаті реальних спостережень за процесами зміни сприйняття інформації в межах конкретно заданих груп населення.

Список використаної літератури

1. Брайчевский С. М., Ландэ Д. В. Современные информационные потоки: актуальная проблематика. *Научно-техническая информация.* 2005. Сер.1. Вып. 11. С. 21–33.
2. Івохін Є. В., Аджубей Л. Т. Про використання моделей дифузійних процесів для опису динаміки розповсюдження інформації. *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. «Математика і інформатика».* 2019. Вип. 1 (34). С. 86–93. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2019.1(34).86-93.
3. Івохін Є. В., Аджубей Л. Т., Гавриленко О. В. Про деякі математичні моделі формалізації соціо-інформаційних потоків. *Вісник КНУ імені Тараса Шевченка.* Серія ФМН. 2017. №2. С. 70–73.
4. Ивохин Е. В., Науменко Ю. А. О формализации процессов распространения информации на основе гибридных моделей диффузии. *Проблемы управления и информатики.* 2018. №4. С. 121–128.
5. Ивохин Е. В., Аджубей Л. Т., Гавриленко Е. В. О формализации динамики в информационных процесах на основе одномерных моделей диффузии. *Проблемы управления и информатики.* 2019. №1. С. 5–12
6. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики. Москва: Наука, 1969. 288 с.
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3. Москва: Физматлит, 2003. 728 с.

Ivohin E. V., Adzhubey L. T. About the use of diffusion process models for description of information extension dynamics.

The diffusion nature of information processes allows us to successfully use the mathematical models of penetration processes to model the dynamics of changes in distribution levels and the impact of information in target groups.

In this paper an approach is proposed to formalize hybrid mathematical models of the dynamics of the dissemination of information processes in a target (social or regional) population group. The mathematical substantiation of the process of formalization of information dissemination on the basis of homogeneous diffusion models is given. Hybrid systems consisting of diffusion models and dynamic models that describe the process of changing the environment size of the information dissemination are used to increase the adequacy and reliability of the constructed models. The proposed technique allows to formalize and to simulate in time levels of information influence and memory on the basis of solution of a diffusion equation, the change of distribution intervals in which is determined by additional correlations in the form of a system of differential equations. The scalar solution for one-dimensional representation of the contingent of the target group is considered. Examples of application of this approach is given, results of numerical experiments are analyzed.

Keywords: information, distribution, analogue method, diffusion model, hybridity.

References

1. Braichevskiy, S. M., & Lande, D. V. (2005). Sovremennyye informatsionnyye potoki: aktual'naya problematika. *Scientific and technical information, 1(11),* 21–33 [in Russian].
2. Ivohin, E. V., & Adzhubey L. T. (2019). About the use of diffusion process models for description of information extension dynamics. *Scientific Bulletin of Uzhgorod University. Series of Mathematics and Informatics, 1(34)*, 86–93. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2019.1(34).86-93 [in Ukranian].
3. Ivohin, E. V., Adzhubey L. T., & Gavrylenko, O. V. (2017). Pro deyaki matematychni modeli formalizatsiyi sotsio-informatsiynykh potokiv. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, ser. Physics & Mathematics., 2,* 70–73 [in Ukranian].
4. Ivohin, E. V., & Naumenko, Y. A. (2018). O formalizatsii protsessov rasprostraneniya informatsii na osnove gibridnykh modeley diffuzii. *Problemy upravleniya i informatiki, 4,* 121–128 [in Russian].
5. Ivohin, E. V., Adzhubey L. T., & Gavrylenko, O. V. (2019). O formalizatsii dinamiki v informatsionnykh protsesakh na osnove odnomernykh modeley diffuzii. *Problemy upravleniya i informatiki, 1,* 5–12 [in Russian].
6. Aramanovych, I. G., & Levin, V. I. (1969). Uravneniya matematicheskoy fiziki. *Moscow: Nauka* [in Russian].
7. Fichtenholz, G. M. (2003). Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya. Vol. 3. *Moscow: Fizmatlit* [in Russian].

Одержано 16.09.2019