УДК 519.21
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2(37).114-121

М. Ю. Петранова

Донецький національний університет імені Василя Стуса,
молодший науковий співробітник
m.petranova@donnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6359-1993

ПЕРЕВІРКА ГІПОТЕЗИ ПРО ВИГЛЯД КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ

Ця стаття присвячена знаходженню критерія для перевірки гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого вимірного дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією. Питання моделювання випадкових процесів є актуальним у сучасному світі, особливо гауссових випадкових процесів. Таким чином при моделюванні випадкових процесів, зазвичай, намагаються змоделювати процеси, що є сумою великої кількості випадкових факторів, тобто, відповідно до центральної граничної теореми, гауссові або близькі до них випадкові процеси. Також треба зазначити, що ніколи не вдається отримати модель, що дійсно є гауссовим процесом. Для таких процесів є актуальне дослідження умов збіжності моделей та оцінки точності моделювання. В якості оцінки точності моделювання розглядаються оцінки моментів різниці процесу та моделі, кореляційної функції моделі та дослідження слабкої збіжності моделі.

У даній роботі продовжується тема моделювання, яка була розглянута автором у співавторстві з Козаченком Ю. В., а точніше – перевірка гіпотези про те, як буде виглядати коваріаційна функція змодельованного процесу.

В статті розгянуто центрований вимірний дійсний гауссовий стаціонарний процес зі стійкою кореляційною функцією, лему про прийняття гіпотези $\mathbb{H}$ для процесу загального виду, теорему про наближення коваріаційної функції корелограмою. А також, сформульовано і доведено лему про прийняття гіпотези $\mathbb{H}$ для процеса, у якого коваріаційна функція стійка і має вигляд $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\{-d|\tau|^\alpha\}$, де $0 < \alpha \le 2$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$.

Основним результатом є перевірка гіпотези, яка полягає у тому, що коваріаційна функція центрованого вимірного дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією має вигляд $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\{-d|\tau|^\alpha\}$, де $0 < \alpha \le 2$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$.

Ключові слова: перевірка гіпотез, стійка кореляційна функція, коваріаційна функція, вимірний дійсний гауссовий процес, корелограма.

1. Вступ. Робота є логічним продовженням роботи [1]. У роботі [1] були знайдені оцінки розподілу супремуму гауссових стаціонарних процесів зі стійкою кореляційною функцією, досліджена поведінка на нескінченності та знайдені деякі аналітичні властивості цих процесів. Задачі моделювання та оцінки випадкових процесів були розглянуті у статтях [2], [3] та у книгах [4, 5] та в багатьох інших роботах. Моделі деяких гауссових стаціонарних процесів зі стійкими кореляційними функціями будувались в роботах [6], [7]. Деякі результати щодо властивостей стійкої кореляційної функції представлені в книзі [8]. Також авторами Козаченком Ю. В. та Петрановою М. Ю. були досліджені комплексні гауссові процеси зі стійкою кореляційною функцією у роботі [6]. У роботі [9] було знайдено нові верхні та нижні межі для розподілу квадратичних форм гауссових випадкових величин, а також границь квадратичних форм. На основі цих оцінок пропонується критерій для перевірки гіпотези про функцію коваріації $\rho(\tau)$ гауссового стохастичного процесу. У роботі [10] доведено нерівності для розподілів квадратних форм із квадратно-гауссових випадкових величин та розподілів квадратних форм із квадратно-гауссових випадкових процесів. Ці нерівності дозволяють дослідити спільні розподіли оцінок коваріаційних функцій гауссових процесів. Властивості емпіричної корелограми центрованого стаціонарного гауссового процесу розглянуті у [11]. Прикладне застосування згорток функцій розглянуто у [12], а згортка у вигляді двовимірної функції Гауса у [13].

Оскільки кореляційна функція є однією з важливих характеристик випадкових процесів, тоді постає питання оцінювання і вигляду цієї функції для випадкового процесу, побудова критеріїв для її ідентинтифікації. Для того, щоб з'ясувати це у статті було побудувано критерій для перевірки гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого вимірного дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\left\{-d|\tau|^\alpha\right\}$, де $0 < \alpha \le 2$, $d > 0$.

2. Основний результат. Нехай $\mathbb{H}$ – гіпотеза, яка полягає у тому, що кореляційна функція центрованого вимірного дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією дорівнює $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\left\{-d|\tau|^\alpha\right\}$, де $0 < \alpha \le 2$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$.

Наведемо означення дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією.

Означення 1 (див. [6])**.** *Дійсний стаціонарний гауссів процес* $X_\alpha = \{X_\alpha(t), t \in \mathbb{R}\}$, $0 < \alpha \le 2$, *такий що* $EX_\alpha(t) = 0$, $\rho_\alpha(h) := EX_\alpha(t+h)X_\alpha(t) = B^2 \exp\left\{-d|h|^\alpha\right\}$, $\alpha > 0$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$ *називається дійсним гауссовим стаціонарним процесом зі стійкою кореляційною функцією.*

Для того, щоб перевірити цю гіпотезу, ми використовуємо наступне твердження зі статті [14].

Нехай S_δ розв'язок рівняння $g(\varepsilon) = \delta, 0 < \delta < 1$, де

$$g(\varepsilon) = 2\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{p}}\sqrt{2}}{C_p^{\frac{1}{p}}} \exp\left\{\frac{\varepsilon^{\frac{1}{p}}}{\sqrt{2}C_p^{\frac{1}{p}}}\right\}}$$

та

$$C_p = \int_0^A \left(\frac{2}{T^2}\int_0^T (T-u)\left(\rho^2(u) + \rho(u+\tau)\rho(u-\tau)\right)du\right).$$

Нехай $S_\delta = max\left\{\varepsilon_\delta, Z_p\right\}$. Очевидно, що $g(S_\delta) = \delta$ та

$$P\left\{\int_0^A (\hat{\rho}(\tau) - \rho(\tau))^p d\tau > S_\delta\right\} \le \delta.$$

Лема 1 ([14])**.** *Нехай* $\{\mathbb{T}, \mathfrak{A}, \mu\}$ *– вимірюваний простір, де* $\mathbb{T}$ *– параметрична множина,* $p \ge 1$, $0 < A < \infty$. *Для заданого рівня впевненості* δ *гіпотеза* $\mathbb{H}$ *приймається, якщо* $\int_0^A (\hat{\rho}(\tau) - \rho(\tau))^p d\mu(\tau) < S_\delta$, *в іншому випадку гіпотеза відкидається.*

Гіпотезу перевіряємо за спостереженнями $X_\alpha(t), t \in [0, T+A]$. У якості оцінки кореляційної функції ми використовуємо корелограму і наступну теорему (доведення у статті [14]).

Теорема 1 (див. [14]). *Розглянемо вимірний стаціонарний гауссовий стохастичний процес X, визначений для всіх $t \in \mathbb{R}$. Без обмеження загальності можна вважати, що*

$$X = \{X(t), t \in \mathbb{T} = [0, T + A], 0 < T < \infty, 0 < A < \infty\}$$

та $EX(t) = 0$. Коваріаційна функція $\rho(\tau) = EX(t+\tau)X(t)$ цього процесу визначена для будь-яких $\tau \in \mathbb{R}$ і є парною функцією та неперервна на $\mathbb{T}$.

Нехай корелограма

$$\hat{\rho}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T X(t+\tau)X(t)dt,\ 0 \le \tau \le A$$

є оцінкою коваріаційної функції $\rho(\tau)$. Тоді виконується наступна нерівність для усіх $\varepsilon \ge \left(\frac{p}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\frac{p}{2}+1)p}\right)^p C_p$:

$$P\left\{\int_0^A (\hat{\rho}(\tau) - \rho(\tau))^p d\tau > \varepsilon\right\} \le g(\varepsilon).$$

На основі теореми і леми наведених вище, сформулюємо наступну лему.

Лема 2. *Нехай $\mathbb{H}$ гіпотеза, яка полягає у тому що коваріаційна функція центрованого вимірного стаціонарного гауссового випадкового процесу $X = \{X(t), t \in \mathbb{T} = [0, T + A], 0 < T < \infty, 0 < A < \infty\}$, $t \in \mathbb{R}, EX(t) = 0$ дорівнює $\rho(\tau) = B^2 \exp\{-d|h|^\alpha\}$, де $0 < \alpha < 2$, $d > 0$. Нехай корелограма $\hat{\rho}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T X(t+\tau)X(t)dt, 0 \le \tau \le A$ є оцінкою коваріаційної функції $\rho(\tau)$. Тоді гіпотеза $\mathbb{H}$ для усіх*
$\varepsilon \ge \left(\frac{p}{\sqrt{2}} + \sqrt{(\frac{p}{2}+1)p}\right)^p C_p$:

$$P\left\{\int_0^A (\hat{\rho}(\tau) - \rho(\tau))^p d\tau > \varepsilon\right\} \le g(\varepsilon),$$

де $g(\varepsilon) = 2\sqrt{1 + \frac{\varepsilon^{\frac{1}{p}}\sqrt{2}}{C_p^{\frac{1}{p}}}} \exp\left\{\frac{\varepsilon^{\frac{1}{p}}}{\sqrt{2}C_p^{\frac{1}{p}}}\right\}$ та

$$\begin{aligned}
C_p &\le \left(\frac{2B^2}{T^2}\right)^{\frac{p}{2}} \int_0^A \left(\frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^{\frac{p}{2}} d\tau = \\
&= \left(2B^2\right)^{\frac{p}{2}} \frac{T^{\frac{p}{2}}}{T^p} \cdot A\left(\frac{2}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right) = \\
&= \frac{\left(2B^2\right)^{\frac{p}{2}}}{T^p} \cdot A\left(\frac{2}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right).
\end{aligned}$$

та відхиляється у противному.

Доведення.

Будемо оцінювати C_p для доведення леми. Почнемо з наступного:

$$\begin{aligned}I &= \int_0^T (T-u)\left(e^{-2du^\alpha} + e^{-d|u+\tau|^\alpha} e^{-d|u-\tau|^\alpha}\right) du = \\ &= T\int_0^T e^{-2du^\alpha} du + T\int_0^T e^{-d|u+\tau|^\alpha} e^{-d|u-\tau|^\alpha} du - \\ &- \int_0^T u e^{-2du^\alpha} du - \int_0^T u e^{-d|u+\tau|^\alpha} e^{-d|u-\tau|^\alpha} du = \\ &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4.\end{aligned}$$

Тепер обчислимо доданки цього виразу:

$$I_1 = T\int_0^T e^{-2du^\alpha} du \le T\int_0^\infty e^{-2du^\alpha} du. \tag{1}$$

Зробимо заміну в інтегралі (1) $2du^\alpha = z$, звідки для інтегралу (1) отримуємо:

$$\begin{aligned}&T\int_0^\infty e^{-2du^\alpha} du = T\int_0^\infty e^{-z} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot 2d^{-\frac{1}{\alpha}} \cdot z^{\frac{1}{\alpha}-1} = \\ &= \frac{T}{\alpha} \cdot 2d^{-\frac{1}{\alpha}} \int_0^\infty e^{-z} \cdot z^{\frac{1}{\alpha}-1} dz = \frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right),\end{aligned}$$

де $\alpha \in (0; 2]$. Другий доданок:

$$\begin{aligned}I_2 &= T\int_0^T e^{-d|u+\tau|^\alpha} e^{-d|u-\tau|^\alpha} du = \\ &= T\left(\int_0^\tau e^{-d(u+\tau)^\alpha} e^{-d(\tau-u)^\alpha} du + \int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha} e^{-d(u-\tau)^\alpha} du\right).\end{aligned}$$

Оцінимо кожний з доданків другого доданку:

$$\begin{aligned}1) \int_0^\tau e^{-d(u+\tau)^\alpha} e^{-d(\tau-u)^\alpha} du &= \int_0^\tau e^{-d(u+\tau)^\alpha (1 + (\frac{\tau-u}{u+\tau})^\alpha)} du \le \\ &\le \int_0^\tau e^{-d(u+\tau)^\alpha} d(u+\tau).\end{aligned} \tag{2}$$

Зробимо заміну $u + \tau = z$ в (2):

$$\int_\tau^{2\tau} e^{-dz^\alpha} dz \le \int_\tau^\infty e^{-dz^\alpha} dz \le \int_0^\infty e^{-dz^\alpha} dz. \tag{3}$$

Тепер зробимо заміну в (3) $t = dz^\alpha$:

$$\int_0^\infty e^{-dz^\alpha} dz = \frac{1}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}} \int_0^\infty e^{-t} \cdot t^{\frac{1}{\alpha}-1} dt = \frac{1}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right).$$

$$\begin{aligned}2) \int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha} e^{-d(u-\tau)^\alpha} du &= \int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha (1 + (\frac{u-\tau}{u+\tau})^\alpha)} du \le \\ &\le \int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha} d(u+\tau).\end{aligned} \tag{4}$$

Зробимо заміну $u+\tau=z$ в (4), а потім заміну в ньому $t=dz^\alpha$:

$$\int_0^\infty e^{-dz^\alpha}dz=\frac{1}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\int_0^\infty e^{-t}\cdot t^{\frac{1}{\alpha}-1}dt=\frac{1}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right),$$

з чого отримуємо для другого доданку оцінку

$$I_2\le\frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right).$$

Третій доданок:

$$I_3=\int_0^T ue^{-2du^\alpha}du\le\int_0^\infty ue^{-2du^\alpha}du. \tag{5}$$

Зробимо заміну у інтегралі (5) $2du^\alpha=z$, звідки отримуємо:

$$\int_0^\infty ue^{-2du^\alpha}du=\int_0^\infty 2d^{-\frac{1}{\alpha}}\cdot z^{\frac{1}{\alpha}}e^{-z}\cdot\frac{1}{\alpha}\cdot 2d^{-\frac{1}{\alpha}}\cdot z^{\frac{1}{\alpha}-1}=$$
$$=\frac{4}{\alpha}d^{-\frac{2}{\alpha}}\int_0^\infty e^{-z}\cdot z^{\frac{2}{\alpha}-1}dz=\frac{4}{\alpha d^{\frac{2}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right).$$

Четвертий доданок:

$$I_4=\int_0^T ue^{-d|u+\tau|^\alpha}e^{-d|u-\tau|^\alpha}du\le T\int_0^\tau e^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{d(u-\tau)^\alpha}du+$$
$$+T\int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{-d(u-\tau)^\alpha}du=$$
$$=T\cdot\left(\int_0^\tau e^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{d(u-\tau)^\alpha}du+\int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{-d(u-\tau)^\alpha}du\right)=I_2,$$

звідки отримуємо:

$$I_4\le\frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right).$$

Зауваження 1. *Більш точну оцінку для I_4 можна отримати наступним чином:*

$$\begin{aligned}I_4&=\int_0^T ue^{-d|u+\tau|^\alpha}e^{-d|u-\tau|^\alpha}\,du\\&\le\int_0^\tau ue^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{d(u-\tau)^\alpha}\,du+\int_\tau^T ue^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{-d(u-\tau)^\alpha}\,du.\end{aligned}\tag{6}$$

Оцінимо кожен з доданків у правій частині (6)*:*

$$\int_0^\tau ue^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{d(u-\tau)^\alpha}\,du=\int_0^\tau ue^{-d(u+\tau)^\alpha(1-\left(\frac{u-\tau}{u+\tau}\right)^\alpha)}du\le$$
$$\le\int_0^\tau ue^{-d(u+\tau)^\alpha}\,du\le\int_0^\infty ue^{-d(u+\tau)^\alpha}\,du. \tag{7}$$

В інтегралі у правій частині нерівності (7) *зробимо заміну* $u + \tau = z$:

$$\int_0^\infty (z-\tau)e^{-dz^\alpha}dz = \int_0^\infty ze^{-dz^\alpha}dz - \int_0^\infty \tau e^{-dz^\alpha}dz \le \int_0^\infty ze^{-dz^\alpha}dz \tag{8}$$

Розглянемо праву частину (8). *У* $\int_0^\infty ze^{-dz^\alpha}dz$ *зробимо заміну* $dz^\alpha = t$ *звідки отримуємо:*

$$\int_0^\infty (z-\tau)e^{-dz^\alpha}dz \le \frac{1}{\alpha d^{\frac{2}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right).$$

Розглянемо другий доданок (6):

$$\int_\tau^T e^{-d(u+\tau)^\alpha}e^{-d(u-\tau)^\alpha}du = \int_\tau^T ue^{-d(u+\tau)^\alpha\left(1+\left(\frac{u-\tau}{u+\tau}\right)^\alpha\right)}du \le \int_\tau^T ue^{-d(u+\tau)^\alpha}du$$
$$\le \int_0^\infty ue^{-d(u+\tau)^\alpha}du \le \frac{1}{\alpha d^{\frac{2}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right).$$

Звідки отримуємо для I_4 *більш точну оцінку:*

$$I_4 \le \frac{2T}{\alpha d^{\frac{2}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right).$$

Звідси отримуємо оцінку для I:

$$I \le \frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{4T}{\alpha d^{\frac{2}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right) + \frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) =$$
$$= \frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right).$$

Таким чином, ми отримуємо

$$C_p \le \left(\frac{2B^2}{T^2}\right)^{\frac{p}{2}} \int_0^A \left(\frac{2T}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^{\frac{p}{2}} d\tau =$$
$$= \left(2B^2\right)^{\frac{p}{2}} \frac{T^{\frac{p}{2}}}{T^p} \cdot A\left(\frac{2}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right) =$$
$$= \frac{\left(2B^2\right)^{\frac{p}{2}}}{T^p} \cdot A\left(\frac{2}{\alpha d^{\frac{1}{\alpha}}}\left(3\sqrt{\pi} + \frac{2}{d^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right).$$

З того, що C_p обмежене деяким дійсним виразом, маємо, що $g(\varepsilon)$ також обмежене, з чого робимо висновок, що гіпотеза $\mathbb{H}$ приймається.

Зауваження 2. *Випадок, коли* $\alpha = 1$ *розглянутий у статті [14] у прикладі 1 та* $\alpha = 2$ *у прикладі 2 цієї же роботи. В даній статті розглядаються всі інші випадки* $0 < \alpha < 2$.

3. Висновки та перспективи подальших досліджень. Відомо, що кореляційна функція є дуже важливою характеристикою випадкового процесу. Тому задачі оцінювання кореляційної функції, знаходження вигляду цієї функції для випадкового процесу, побудова критеріїв для її ідентинтифікації є дуже актуальними. Для того, щоб з'ясувати це, у статті було побудувано критерій для перевірки гіпотези про вигляд кореляційної функції центрованого вимірного дійсного гауссового стаціонарного процесу зі стійкою кореляційною функцією $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\{-d|\tau|^\alpha\}$, де $0 < \alpha \leq 2$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$. В наступних роботах автор планує розглянути гіпотезу про вигляд кореляційної функції центрованого вимірного комплексного гауссового стаціонарного процесу.

Автор висловлює глибоку подяку своєму керівнику і наставнику Юрію Васильовичу Козаченко. З пам'яттю у серці...

Список використаної літератури

1. Козаченко Ю. В., Петранова М. Ю. Дійсні стаціонарні гаусові процеси зі стійкими кореляційними функціями. *Наук. вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика»*. 2017. Вип. 31, №. 2. С. 90–100.
2. Kozachenko Yu. V., Kamenshchikova O. E. Approximation of $SSub_\psi(\Omega)$ stochastic processes in the space $L_p(T)$. *Theory of Probability and Mathematical Statistic*. 2009. Vol. 79. P. 83–88.
3. Kozachenko Yu. V., Rozora I. V. Simulation of Gaussian stochastic processes. *Random Oper. And Stoch. Equations*. 2003. Vol. 11, No. 3. P. 275–296.
4. Kozachenko Yu. V., Pogorilyak O. O., Rozora I. V., Tegza A. M. Simulation of stochastic processes with given accuracy and reliability. London: ISTE Press Ltd, 2016. 346 p.
5. Козаченко Ю. В., Пашко А. О. Точність і надійність моделювання випадових процесів та полів у рівномірній метриці. Київ: «ТОВ СІК ГРУП УКРАЇНА», 2016. 216 с.
6. Kozachenko Yu. V., Petranova M. Yu. Proper complex random processes. *Stat., Optim. and Inf. Comput.* 2017. Vol. 5, No. 2. P. 137–146.
7. Petranova M. Yu. Simulation of Gaussian Stationary Quasi Ornstein–Uhlenbeck Process with Given Reliability and Accuracy in Spaces $C([0,T])$ and $L_p([0,T])$. *Journal of Applied Mathematics and Statistics.* 2016. Vol. 3, No. 1. P. 44–58.
8. Lukacs E. Characteristic Functions. New York: Hafner Pub. Co., 1970. 350 p.
9. Kozachenko Yu. V., Fedoryanych T. V. A criterion for testing hypotheses about the covariance function of a Gaussian stationary process. *Theor. Probability and Math. Statist.* 2004. Vol. 69. P. 85–94.
10. Kozachenko Y. V., Stus O. V. Square-Gaussian random processes and estimators of covariance functions. *Mathematical Communications.* 1998. Vol. 3, No. 1. P. 83–94.
11. Buldygin V. V. On the properties of an empirical correlogram of a Gaussian process with square integrable spectral density. *Ukrainian Mathematical Journal.* 1995. Vol. 47. P. 1006–1021.
12. Polishchuk V. Technology to Improve the Safety of Choosing Alternatives by Groups of Goals. *Journal of Automation and Information Sciences.* 2019. Vol. 51, Iss. 9. P. 66–76. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i9.60
13. Kelemen M., Polishchuk V., Gavurová B., Szabo S., Rozenberg R., Gera M., Kozuba J., Hospodka J., Andoga R., Divoková A., Blišťan P. Fuzzy Model for Quantitative Assessment of Environmental Start-up Projects in Air Transport. *Int. J. Environ. Res. Public Health.* 2019. Vol. 16, 3585. DOI:https://doi.org/10.3390/ijerph16193585
14. Kozachenko Yu. V., Troshki V. B. A criterion for testing hypotheses about the covariance function of a stationary Gaussian stochastic proses. *Modern Stochastics Theory and Application.* 2014. Vol. 1, No. 2. P. 139–149.

Petranova M. Yu. Testing hypotheses about the type of the correlation function.

This article is devoted to finding a criterion for testing the hypothesis about the form of the correlation function of a centered measurable real Gaussian stationary process with a stable correlation function. The issue of simulation random processes is relevant in today's world, especially Gaussian random processes. So when we used simulation random processes, usually try to simulate processes that are the sum of a large number of random factors, for example, according to the central limit theorem, Gaussian or similar random processes. It should also be noted that it never succeeds get a model that is really a Gaussian process. For such processes there is an actual study of the conditions of convergence of models and estimates of simulation accuracy. Estimates of moments are considered as an estimation of accuracy of simulation differences between process and model, correlation function of model and research weak convergence of the model.

This paper continues the topic of modeling, which was considered by the author in co-authorship with Kozachenko Yu. V. and more precisely – testing the hypothesis that what the covariance function of the simulated process will look like.

The article deals with the centered measurable real Gaussian stationary process stable correlation function, the lemma on the acceptance of the hypothesis $\mathbb{H}$ for a general process, theorem on the approximation of the covariance function by a correlogram. Also, a lemma on the acceptance of the hypothesis $\mathbb{H}$ is formed and proved for a process in which the covariance function is stable and has the form $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\{-d|\tau|^\alpha\}$, where $0 < \alpha \leq 2$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$.

The main result is to test the hypothesis that the covariance function of a centered measurable real Gaussian stationary process with a stable correlation function has the form $\rho_\alpha(\tau) = B^2 \exp\{-d|\tau|^\alpha\}$, where $0 < \alpha \leq 2$, $d > 0$, $B \in \mathbb{R}$.

Keywords: hypothesis testing, stable correlation function, covariance function, measurable real Gaussian process, correlogram.

References

1. Kozachenko, Yu. V., & Petranova, M. Yu. (2017). Diisni statsionarni hausovi protsesy zi stiikymy koreliatsiinymy funktsiiamy [Real Stationary Gaussian processes with stable correlation functions]. *Scientic Bulletin of Uzhhorod University. Ser. of mathematics and informatics, 31, 2*, 90–100. [in Ukrainian]
2. Kozachenko, Yu. V., & Kamenshchikova, O. E. (2009). Approximation of $SSub_\psi(\Omega)$ stochastic processes in the space $L_p(T)$. *Theory of Probability and Mathematical Statistic, 79*, 83–88.
3. Kozachenko, Yu. V., & Rozora, I. V. (2003). Simulation of Gaussian stochastic processes. *Random Oper. And Stoch. Equations,11*, 275–296.
4. Kozachenko, Yu. V., Pogorilyak, O. O., Rozora, I. V., & Tegza, A. M. (2016). Simulation of stochastic processes with given accuracy and reliability. *London: ISTE Press Ltd.*
5. Kozachenko, Yu. V., & Pashko, A. O. (2016). Tochnist i nadiinist modeliuvannia vypadovykh protsesiv ta poliv u rivnomirnii metrytsi [Accuracy and reliability of modeling of random processes and fields in a uniform metric]. *Kyiv: «TOV SIK HRUP UKRAINA»*. [in Ukrainian]
6. Kozachenko, Yu. V., & Petranova, M. Yu. (2017). Proper complex random processes. *Stat., Optim. and Inf. Comput., 5, 2*, 137–146.
7. Petranova, M. Yu. (2016). Simulation of Gaussian Stationary Quasi Ornstein–Uhlenbeck Process with Given Reliability and Accuracy in Spaces $C([0,T])$ and $L_p([0,T])$. *Journal of Applied Mathematics and Statistics, 3, 1*, 44–58.
8. Lukacs, E. Characteristic Functions. *New York: Hafner Pub. Co.*
9. Kozachenko, Yu. V., & Fedoryanych, T. V. (2004). A criterion for testing hypotheses about the covariance function of a Gaussian stationary process. *Theor. Probability and Math. Statist., 69*, 85–94.
10. Kozachenko, Y. V., & Stus, O. V. (1998). Square-Gaussian random processes and estimators of covariance functions. *Mathematical Communications, 3,1*, 83–94.
11. Buldygin, V. V. (1995). On the properties of an empirical correlogram of a Gaussian process with square integrable spectral density. *Ukrainian Mathematical Journal, 47*, 1006–1021.
12. Polishchuk, V. (2019). Technology to Improve the Safety of Choosing Alternatives by Groups of Goals. *Journal of Automation and Information Sciences, 51, 9*, 66–76. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i9.60
13. Kelemen, M., Polishchuk, V., Gavurová, B., Szabo, S., Rozenberg, R., Gera, M., Kozuba, J., Hospodka, J., Andoga, R., Divoková, A., & Bliš'an, P. (2019). Fuzzy Model for Quantitative Assessment of Environmental Start-up Projects in Air Transport. *Int. J. Environ. Res. Public Health, 16, 3585*. DOI:https://doi.org/10.3390/ijerph16193585
14. Kozachenko, Yu. V., & Troshki, V. B. (2014). A criterion for testing hypotheses about the covariance function of a stationary Gaussian stochastic proses. *Modern Stochastics Theory and Application, 1, 2*, 139–149

Одержано 02.10.2020