УДК 512.643.8
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2(37).26-35

Г. І. Сливка-Тилищак[1], К. Й. Кучінка[2]

[1] Пряшівський університет в Пряшеві, ДВНЗ «Ужгородський національний університет», доцент,
доктор фізико-математичних наук
anna.slyvka@uzhnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7129-0530

[2] Закарпатський угорський інститут імені Ф. Ракоці II,
завідуюча кафедри математики та інформатики,
кандидат фізико-математичних наук
vereskati@kmf.uz.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8129-9937

НАПРЯМКИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ Ю. В. КОЗАЧЕНКА: ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ З ВИПАДКОВИМИ ФАКТОРАМИ

Присвячено світлій пам'яті Юрія Васильовича Козаченка

Одним з напрямків наукових досліджень Ю. В. Козаченка є рівняння математичної фізики з випадковими факторами. Ці фактори можуть мати різну природу: випадкові початкові умови, випадкові крайові умови, випадкова права частина, випадкові коефіцієнти і т. д. Умови та оцінки збіжності за ймовірністю випадкових рядів знаходять широке застосування при розв'язанні задач математичної фізики з випадковими умовами. Фізичні постановки таких задач розглядав Кампе де Фер'є. Він розглядав крайову задачу для рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами. У роботах В. В. Булдигіна показано, що вимога, щоб майже всі реалізації випадкової початкової функції задовольняли умови, при яких є розв'язуваною детермінована задача, значно звужує клас випадкових умов, за яких розв'язок існує в класичному розумінні. Є багато робіт, в яких вивчались задачі математичної фізики з випадковими умовами, які базуються на дослідженні збіжності за ймовірностю в функціональних просторах послідовності випадкових функцій, що апроксимують розв'язки крайових задач. Зауважимо, що у більшості з цих робіт, для знаходження умов рівномірної збіжності випадкових рядів застосовується метод, що ґрунтується на ідеї Ж. Канаха. Булдигіним В. В. та Козаченком Ю. В. був запропонований метод, який дозволяє обґрунтовувати застосування методу Фур'є до задач математичної фізики у багатовимірному випадку. Метод, що ґрунтується на ідеї Кахана для цього випадку не підходить. У роботах Козаченка Ю. В. та його учнів досліджувалися рівняння гіперболічного та параболічного типів математичної фізики з випадковими факторами. Зокрема, вивчалися властивості класичних та узагальнених розв'язків таких задач, було обґрунтувано застосування методу Фур'є, знайдено оцінок для розподілу супремуму розв'язків, та побудовано моделі розв'язків деяких задач, що наближають розв'язок із заданою надійністю та точністю в рівномірній метриці. Всі ці результати мають не лише теоретичне, але й практичне застосування для подальшого вивчення та розвинення теорії гіперболічних і параболічних рівнянь математичної фізики з випадковими факторами. Крім того, ці результати дозволяють моделювати розв'язки крайових задач математичної фізики із заданою надійністю та точністю в рівномірній метриці, що може застосовуватися в наукових дослідженнях в галузі радіотехніки, фізики, геофізики, фінансової математики, математичної економіки, в технічних науках та в механіці, зокрема, де використовуються методи комп'ютерного моделювання випадкових процесів.

Ключові слова: випадкові процеси, гіперболічні рівняння математичної фізики, стохастичні процеси, параболічні рівняння математичної фізики.

1. Вступ. Коло інтересів Юрія Васильовича Козаченка було надзвичайно широким. Міжнародній науковій спільноті він був відомий як один з творців теорії субгауссових випадкових процесів, випадкових процесів з просторів Орліча. Професор Юрій Васильович Козаченко отримав вагомі наукові результати у дослідженні рівнянь гіперболічного та параболічного типів математичної фізики з випадковими факторами. У даній статті міститься огляд його робіт у цьому напрямку.

2. Основні результати. Дослідження властивостей випадкових рядів у різних функціональних просторах є одним з важливих напрямків розвитку теорії випадкових процесів. Це обумовлюється тим, що багато випадкових процесів можуть бути зображені у вигляді випадкових функціональних рядів. Тому є можливість вивчати властивості випадкових процесів, досліджуючи властивості їх зображень. Зокрема, актуальним є питання про умови та швидкість збіжності стохастичних рядів у нормах різних функціональних просторах.

З іншого боку, зображення випадкових процесів у вигляді збіжних випадкових рядів відкриває додаткові можливості для використання цих зображень як у самій теорії випадкових процесів, так і у її застосуваннях у споріднених математичних дисциплінах: при розв'язуванні практичних задач математичної фізики з випадковими початковими умовами, математичному моделюванні тощо.

Багато науковців-математиків досліджували властивості випадкових процесів, що зображуються у вигляді функціональних рядів. Можливість зображення деяких випадкових процесів у вигляді випадкових функціональних рядів є класичним прикладом в теорії випадкових процесів. Теорія таких рядів починається з робіт Пелі А. та Зігмунда А. [43], Пелі А., Вінера Н. та Зігмунда А. [44]. Додаткова інформація про такі зображення міститься в працях Талаграна [45], Іто і Нісіо [32], Джайна та Маркуса [33], а також у роботах українських математиків Ядренка М. Й. [28], Козаченка Ю. В. [12–15], Булдигіна В. В. [2–4].

При розв'язуванні практичних задач важливе значення має швидкість збіжності випадкових рядів. У 60-і роки почались дослідження збіжності випадкових рядів зі значеннями у банахових просторах. Булдигін В. В. у роботі [5] заклав основи загальної теорії збіжності випадкових рядів з незалежними членами зі значеннями в топологічних просторах. Огляд результатів у цьому напрямку наведений ним у монографії [2].

У 70-их роках дана теорія була розвинута і доповнена роботами, у яких вивчалась збіжність за ймовірністю випадкових рядів із залежними членами у різних функціональних просторах. У роботах [2, 4] Булдигіна В. В. досліджується збіжність за ймовірністю випадкових рядів із членами, що належать до банахових просторів, в праці Козаченка Ю. В. та Бейсенбаева Е. [1] розглядаються умови збіжності випадкових рядів з залежними членами у нормах різних функціональних просторів.

У статтях [9, 10, 13, 14, 27] розглядалися умови та швидкості збіжності випадкових рядів у нормах деяких просторів Орліча. Козаченко Ю. В. та Зелепугіна І. Н. в статтях [9, 10] отримали умови збіжності та загальні оцінки швидкості збіжності гауссових випадкових рядів у нормах деяких просторів Орліча. Цими ж авторами були обґрунтовані оцінки швидкості збіжності у просторах Орліча для субгауссових випадкових рядів та рядів субгауссового типу [9, 10].

Загальні оцінки отримані в [9, 10] були поліпшені в роботах [34, 35] на основі методу, що ґрунтується на ідеї Ж. Кахана, суть якої полягає в застосуванні нерівності Бернштейна для знаходження умов рівномірної збіжності випадкових рядів. Цей метод був запропонований Козаченком Ю. В. і застосований у його роботах [12, 17], а також у роботах [9, 27, 29].

У роботах Ковальчука Ю. О. та Козаченка Ю. В. і Ковальчука Ю. О. [21, 22] були знайдені умови збіжності строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадкових рядів у нормах простору $L_p(\Omega)$ та простору Орліча $L_U(\Omega)$.

Умови та оцінки збіжності за ймовірністю випадкових рядів знаходять широке застосування при розв'язанні задач математичної фізики з випадковими початковими умовами. Фізичні постановки таких задач розглядав Кампе де Фер'є [11]. Він розглядав крайову задачу для рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами. У роботі В. В. Булдигіна [5] обґрунтовано, що вимога, яка обмежує реалізації випадкової початкової функції рамками, в межах якої розв'язується детермінована задача, значно звужує клас випадкових початкових умов, за яких розв'язок існує в класичному розумінні.

У роботах Бейсенбаєва Є. та Козаченка Ю. В. [1] отримані умови рівномірної збіжності за ймовірністю і в середньому квадратичному випадкових рядів і інтегралів, а також умови почленного диференціювання з імовірністю одиниця випадкових рядів. Отримані умови були використані при обґрунтуванні застосування методу Фур'є для задачі параболічного однорідного рівняння математичної фізики.

Булдигіним В. В. та Козаченком Ю. В. [6] запропоновано підхід, який ґрунтується на дослідженні збіжності за ймовірністю у функціональних просторах послідовності часткових сум, що апроксимують розв'язок крайової задачі. Цей підхід був використаний у роботах [6, 17, 18, 20, 27, 42] для обґрунтування можливості застосування методу Фур'є до розв'язання крайової задачі.

У роботі [6] розглядається перша крайова задача для однорідного гіперболічного рівняння, коли початкові випадкові умови є гауссовими випадковими процесами. Також обґрунтовано можливість застосування методу Фур'є до знаходження розв'язку першої крайової задачі для однорідного гіперболічного рівняння та розглянуто існування розв'язку в частинному випадку, що формулюється у термінах кореляційних функцій.

У роботі Козаченка Ю. В. та Енджиргли М. В. [17] знайдено умови та оцінки швидкості рівномірної збіжності за ймовірністю випадкових рядів із просторів $Sub_{\varphi}(\Omega)$, отримано умови існування та оцінки розподілу супремуму розв'язків деяких крайових задач із випадковими початковими умовами.

Умови, за якими узагальнений розв'язок крайової задачі для однорідного гіперболічного рівняння математичної фізики, коли початкові умови є строго субгауссовими випадковими процесами, належить до простору Соболєва, були отримані Козаченком Ю. В. і Тригуб С. Г. [27].

Козаченком Ю. В. та Баррасою де Ла Крус Е. у працях [29] вивчалась крайова задача для гіперболічних рівнянь з випадковими початковими умовами для істотно більш широкого класу випадкових процесів, а саме, для строго орлічевих випадкових процесів. Авторами були знайдені умови існування класичних розв'язків гіперболічного диференціального рівняння в частинних похідних з випадковими строго орлічевими початковими умовами, отримані оцінки для розподілу супремуму розв'язку такої задачі.

У роботах Козаченка Ю. В. і Ковалючука Ю. О. [19, 20, 42] одержані умови існування узагальненого розв'язку крайової задачі для однорідного гіперболічного рівняння математичної фізики з початковими умовами, які є строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадковими процесами та оцінки швидкості збіжності зображень цього розв'язку, отриманих методом Фур'є в нормах просторів Соболєва.

У роботах Козаченка Ю. В. та Сливка Г. І. [24,25] було досліджено однорідне рівняння гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку, коли початкові умови є $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадкові поля. Для даної задачі було обґрунтовано застосування методу Фур'є та отримано оцінку розподілу супремуму розв'язку.

Достатні умови існування з імовірністю одиниця двічі неперервно диференційовного розв'язку задачі про коливання неоднорідної струни з сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ з випадковими початковими умовами, задачі про коливання круглої мембрани з сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ з випадковими початковими умовами, задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ з випадковими початковими умовами були сформульовані та обґрунтовані в роботах [7]. Для таких задач були отримані оцінки розподілу супремуму розв'язку.

Козаченко Ю. В. та Довгай Б. В. вивчали крайову задачу математичної фізики для неоднорідного гіперболічного рівняння з φ-субгауссовою правою частиною. Для такої задачі доведені теореми про достатні умови існування з імовірністю одиниця двічі неперервно диференційовного розв'язку, існування з імовірністю одиниця розв'язку для часткового випадку рівняння коливання струни з випадковою правою частиною, що зображується через однорідне строго φ-субгауссове випадкове поле. Авторами знайдені умови існування узагальненого розв'язку, оцінки розподілу супремуму розв'язку для гіперболічного рівняння з φ-субгауссовою правою частиною. А також для такої задачі побудована модель, яка наближає розв'язок із заданою надійністю та точністю. Дані результати містяться в роботах [7, 31].

Достатні умови існування класичного та узагальненого розв'язків для однорідного гіперболічного рівняння у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами із просторів Орліча були отримані у роботах Козаченка Ю.В., Кучінка (Вереш) К. Й. та Сливка-Тилищак Г. І. [23].

У книзі Довгай Б. В., Козаченка Ю. В. та Розори І. В. [8] розглядаються нові методи моделювання випадкових процесів, які зустрічаються у фізичних явищах. Вивчаються φ-субгауссові випадкові процеси. Для гауссового процесу, що розглядається як процес на вході деякої системи, будується модель з урахуванням процесу на виході системи та знаходяться умови, при яких модель наближує вказаний випадковий процес зі заданою надійністю та точністю. Побудована модель розв'язку гіперболічного рівняння математичної фізики з нульовими початковими та крайовими умовами та φ-субгауссовою правою частиною, що наближає цей розв'язок із заданою надійністю та точністю в рівномірній метриці.

Рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами є класичною задачею математичної фізики. В праці Козаченка Ю. В. та Леоненко Г. М. [36] досліджується задача Коші для рівняння теплопровідності, коли початкова умова є строго субгауссовим випадковим процесом. У статті Бегін І., Козаченка Ю. та ін. [30] досліджувалось лінійне рівняння теплопровідності непарного порядку з випадковими початковими умовами.

У роботах Козаченка Ю. В. та Вереш К. Й. [37, 38] обґрунтовано застосування методу Фур'є для однорідного параболічного рівняння з випадковими початковими умовами з простору Орліча, знайдені оцінки розподілу супремуму розв'язку однорідного рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами з простору Орліча, а також неоднорідного рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною із просторів Орліча.

У працях Козаченка Ю. В. та Сливка-Тилищак Г. І. для задачі про коливання неоднорідної струни, задачі про коливання круглої мембрани та задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда знайдені достатні умови існування з ймовірністю одиниця двічі неперервно диференційовних розв'язку, узагальненого розв'язку та одержані оцінки для розподілу супремуму розв'язку задач, коли початкові умови є випадкові процеси з простору Орліча [23]. Побудовано модель розв'язку рівняння гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку з строго субгауссовими випадковими початковими умовами [26]. Побудовано моделі, що реалізуються на комп'ютері, які наближають розв'язки задачі про коливання однорідної струни та задачі про коливання прямокутної мембрани з строго субгауссовими випадковими початковими умовами із заданими надійністю та точністю в рівномірній метриці. Обґрунтовано достатні умови існування з імовірністю одиниця класичного розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності, коли права частина є випадковим полем з простору $Sub_\varphi(\Omega)$ та із простору Орліча. Досліджено оцінки для розподілу супремуму розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності, коли права частина є випадковим полем з простору $Sub_\varphi(\Omega)$ і коли права частина є випадковим полем з простору Орліча [40, 41].

В монографіях [7, 23] (див. рис. 1) можна знайти посилання на інші роботи, що проводилися в даному напрямку.

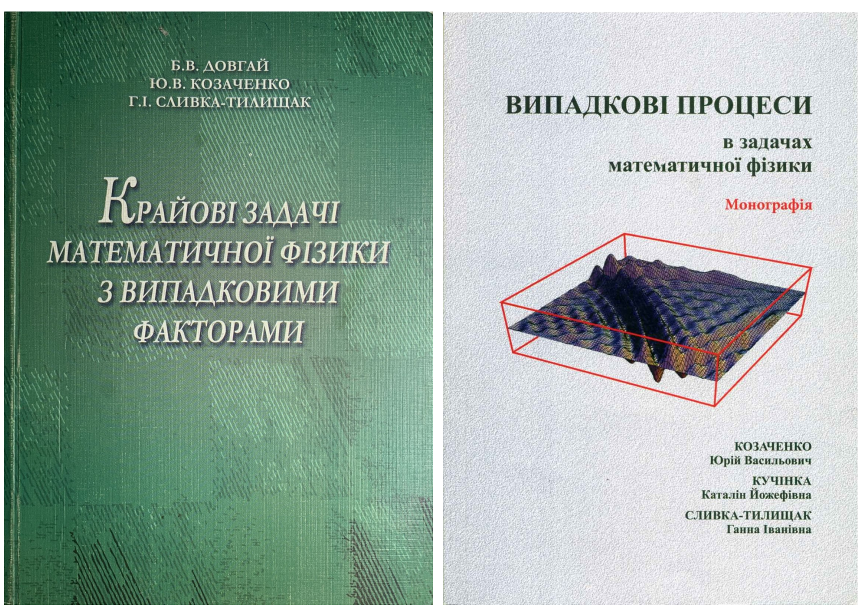

Рис. 1. Монографії Ю.В. Козаченка

Список використаної літератури

1. Бейсенбаев Е., Козаченко Ю. В. Равномерная сходимость случайных рядов по вероятности и решение краевых задач со случайными начальными условиями. *Теория вероятн. и мат. статистика.* 1979. Вып. 21. С. 9–23.
2. Булдыгин В. В. Сходимость случайных элементов в топологических пространствах. К.: Наукова думка, 1980. 237 с.
3. Булдыгин В. В. К вопросу о сходимости случайных рядов в банаховых пространствах. *Теория случайных процессов.* 1983. Вып. 2. С. 28–34.
4. Булдыгин В. В. Субгауссовские процессы и сходимость случайных рядов в функциональных пространствах. *Укр. мат. журнал.* 1977. Т. 29, № 4. С. 443–454.
5. Булдыгин В. В. О статистическом подходе к вопросу о существовании классического решения у краевой задачи для однородного гиперболического уравнения. *Теория случайных процессов.* 1983. Вып. 11. С. 12–19.
6. Булдыгин В. В., Козаченко Ю. В. К вопросу применимости метода Фурье для решения задач со случайными краевыми условиями. Случайные процесы в задачах математической физики. – К.: Ин-т. Математики АН УССР, 1979. С. 4–35.
7. Довгай Б. В.Козаченко Ю. В., Сливка-Тилищак Г. І. Крайові задачі математичної фізики з випадковими факторами. Монографія. К.: Видавничо-поліграфічний центр Київський університет, 2008. – 175 с.
8. Довгай Б. В.,Козаченко Ю. В.,Розора І. В. Моделювання випадкових процесів у фізичних системах. Київ, 2010. – 230 с.
9. Зелепугина И. Н., Козаченко Ю. В. Об оценках точности моделирования случайных полей в пространствах. *Исслед. Операций и АСУ.* 1988. Вып. 32. С. 10–14.
10. Зелепугина И. Н.,Козаченко Ю. В. О скорости сходимости разложений Карунена-Лоэва гауссовских случайных процессов *Теория вероятн. и мат. статистика.* 1988. Вып. 38. С. 41–51.
11. Кампе де Ферье. Статистическая механика непрерывных сред. Гидродинамическая неустойчивость. М.: ИЛ, 1964. С. 189–230.
12. Козаченко Ю. В. О равномерной сходимости стохастических интегралов в норме пространства Орлича. *Теория вероятн. и мат. статист.* 1983. Вып. 29. С. 52–64.
13. Козаченко Ю. В. Случайные процессы в пространствах Орлича I. *Теория вероятн. и мат. статист.* 1984. Вып. 30. С. 92–107.
14. Козаченко Ю. В. Случайные процессы в пространствах Орлича II. *Теория вероятн. и мат. статист.* 1984. Вып. 31. С. 44-50.
15. Козаченко Ю. В. Свойства случайных процессов типа субгаууссовских. *Доклады АН УССР.* 1984. № 9. С. 14–16.
16. Козаченко Ю. В., Вереш К. Й. Рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами із просторів Орліча. *Теорія ймов. та матем. статист.* 2009. Вип. 80. С. 56–69.
17. Козаченко Ю. В., Енджиргли М. В. Обгрунтування застосування методу Фур'є до крайових задач з випадковими початковими умовами. *Теорія ймовірн. і мат. статистика.* 1994. Вип. 51. С. 78–89.
18. Козаченко Ю. В., Енджиргли М. В. Обгрунтування застосування методу Фур'є до крайових задач з випадковими початковими умовами. II. *Теорія ймовірн. і мат. статистика.* 1994. Вип. 53. С. 58–68.
19. Козаченко Ю. В.,Ковальчук Ю. А. Краевые задачи со случайными начальными условиями и функциональные ряды из $sub_\varphi(\Omega)$. I. *Укр. мат. журнал.* 1998. Т. 50, № 4. С. 504–515.
20. Козаченко Ю. В., Ковальчук Ю. А. Краевые задачи со случайными начальными условиями и функциональные ряды из $sub_\varphi(\Omega)$. II. *Укр. мат. журнал.* 1998. Т. 50, № 5. С. 897–906.
21. Козаченко Ю. В., Ковальчук Ю. А. Про збіжність у просторах Орлича деяких випадкових рядів. *Наукові записки Ніжинського педінституту ім. М. В. Гоголя.* 1996. Т. XVI, вип. 1. С. 16–20.
22. Козаченко Ю. В., Ковальчук Ю. А. Про збіжність строго $sub_\varphi(\Omega)$ випадкових рядів в нормах просторів Орлича. *Доповіді НАН України.* 1997. № 11. С. 12–15.
23. Козаченко Ю. В., Кучінка К. Й., Сливка-Тилищак Г. І. Випадкові процеси в задачах

математичної фізики. Монографія. Вид-во ТОВ "РІК-У". 2017. 256 с.
24. Козаченко Ю. В., Сливка Г. І. Обгрунтування методу Фур'є для гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами. *Теорія ймов. та матем. статист.* 2003. Вип. 69. С. 48–63.
25. Козаченко Ю. В.,Сливка Г. І. Крайові задачі математичної фізики з випадковими початковими умовами із простору $Sub_\varphi(\Omega)$. *Доповіді НАН України.* 2003. №12. С. 34–40.
26. Козаченко Ю. В., Сливка-Тилищак Г. І. Про моделювання розв'язку гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами. *Теорія ймов. та матем. статист.* 2006. Вип. 74. С. 52–67.
27. Козаченко Ю. В., Тригуб С. Г. Застосування методу Фур'є до до крайових задач з випадковими початковими умовами. *Теорія ймов. та мат. статистика.* 1996. Вип. 54. С. 51–66.
28. Ядренко М. И. Спектральная теория случайных полей К.: Вища школа, 1980. 270с.
29. Barrasa de la Krus E., Kozachenko Yu. V. Boundary-value problems for equations of mathematical physics with strictly Orlicz Random initial conditions. *Random Oper. And Stoch. Eq.* 1995. 3, № 3. P. 201–220.
30. Beghin L.,Kozachenko Yu., Orsingher E.,Sakhno L. On the solution of linear odd-order heat-type equations with random initial. *Journal of Statistical Physics.* 2007. Vol. 127, No. 4. P. 721–739.
31. Dovgay B. V, Kozachenko Yu. V. The condition for application of Fourie method to the solution of nonhomogeneous string oscillation equation with φ-subgaussian right hand side. *Random Oper. And Stoch. Eq.* 2005. Vol. 13, № 3. P. 281–296.
32. Ito K., Nisio M. On the convergence of sums independent Banah space valued random variables. *Osaka J. Math.* 1968. Vol. 5. № 1. P. 35–48.
33. Jain N. C., Marcus M. B. Continuity of sub-Gaussian processes *Adv. Probab.* 1978. Vol. 4. P. 81–196.
34. Kahane J. P. Properties locales des fonctions a series de Fouries aleatories *Studia Math.* 1960. Vol. 19, № 1. P. 1–25.
35. Kahane J. P. Sur la divergence presque sure presque partout de certaines series de Fouries aleatories *Ann. Univ. Scient., Budapest., Sect. Math.* 1961. Vol. 3–4. P. 101–108.
36. Kozachenko Yu. V., Leonenko G. M. Extremal behavior of the heat random field. *Extremes.* 2006. **8**. P. 191–205.
37. Kozachenko Yu. V., Veresh K. J. The heat equation with random initial conditions from Orlicz space. *Teor. Imovirnost. Matem. Statist.* 2009. **80**. P. 63–75; English transl. in *Theory Probab. Mathem. Statist.* 2010. **80**. P. 71–84.
38. Kozachenko Yu. V., Veresh K. J. Boundary-value problem for nonhomogeneousparabolic equation with Orlicz right side. *Random Operators and Stochastic Equations.* 2010. № 18. P. 97–119.
39. Kozachenko Yu. V., Slyvka-Tylyshchak A. I. Boundary-value problems for equations of mathematical physics with strictly random initial conditions. *Theory of Stochastic Processes.* 2004. № 1–2. C. 60–71.
40. Kozachenko Yu. V., Slyvka-Tylyshchak A. I. The Cauchy problem for the heat equation with a random right side. *Random Oper. and Stoch. Equ.* 2014. 22(1). P. 53–64.
41. Kozachenko Yu. V.,Slyvka-Tylyshchak A. I. The Cauchy problem for the heat equation with a random right part from the space $Sub_\varphi(\Omega)$ *Applied Mathematics.* 2014. 5. P. 2318–2333.
42. Kovalchuk Yu. O., Kovalchuk Yu. O. The Boundary-Value Problems for Equations of Mathematical Physics with Strictly $sub_\varphi(\Omega)$ Random Initial Conditions. *The Second Scandinavian-Ukrainian Conference in Mathematical Statistics. Abstracts. Sweden, Umea.* 1997. P. 45.
43. Paley A. C., Zygmund A. On some series functions. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 1930. **23**, № 4. P. 190–205.
44. Paley A. C., Wiener N., Zygmund A. Notes on random functions. *Math. Z..* 1932. 37, № 4. P. 647–668.
45. Talagrand M. Regularite des processes gaussien. *C. R. Acad. Sc.* 1932. **37**, № 4. P. 647–668.

Slyvka-Tylyshchak G. I., Kuchinka K. J. Directions of scientific research Yu.V. Kozachenko: investigation of solutions of problems of mathematical physics with random factors.

One of the research areas of Yu. V. Kozachenko is equations of mathematical physics with random factors. These factors can be of different nature: random initial conditions, random boundary conditions, random right-hand side, random coefficients, etc. Conditions and estimates of convergence on the probability of random series are widely used in solving problems of mathematical physics with random conditions. Physical formulations of such problems were considered by Kampe de Ferier. He considered a boundary value problem for the equation of string oscillations with random initial conditions. In the papers of V. V. Buldygin it is shown that the requirement that almost all implementations of a random initial functions satisfied the conditions under which a deterministic problem is solved, which significantly narrows the class of random ones conditions under which the solution exists in the classical sense. There are many papers that deals with problems of mathematical physics with random conditions, which are based on the study of convergence in probability in the functional spaces of a sequence of random functions that approximate the solutions of boundary value problems. Note that in most of these papers, a method based on the ideas of J. Kanakh is used to find the conditions for uniform convergence of random series. By Buldygin V. V. and Kozachenko Yu. V. a method was proposed that allows to substantiate the application of the Fourier method to the problems of mathematical physics in the multidimensional case. The method based on Kahan's idea is not suitable for this case. In the papers of Kozachenko Yu. V. and his disciples the equations of hyperpbolic and parabolic types of mathematical physics with random factors were studied. In particular, we studied the properties of classical and generalized solutions of such problems, substantiated the application of the Fourier method, found estimates for the distribution of the supremacy of solutions, and built models of solutions of some problems that approximate the solution with given reliability and accuracy in the uniform metric. All these results have not only theoretical but also practical application for further study and development of the theory of hyperbolic and parabolic equations of mathematical physics with random factors. In addition, these results allow to model solutions of boundary value problems of mathematical physics with a given reliability and accuracy in the uniform metric, which can be used in research in the fields of radio engineering, physics, geophysics, financial mathematics, mathematical economics, technical sciences and in mechanics, in particular, there, where methods of computer modeling of random processes are used.

Keywords: Stochastic processes, hyperbolic equation of mathematical physics, parabolic equation of mathematical physics.

References

1. Beysenbayev Ye., Kozachenko Yu. V. (1979). Ravnomernaya skhodimost sluchaynykh ryadov po veroyatnosti i resheniyu krayevykh so sluchaynymi nachalnymi usloviyami *Teoriya veroyatn. i mat. statistika*, 21, 9–23. (in Russian)
2. Buldygin V. V. (1980). Skhodimost sluchaynykh elementov v topologicheskikh prostranstvakh K.: Naukova dumka. (in Russian))
3. Buldygin V. V. (1983). K voprosu o skhodimosti sluchaynykh ryadov v banakhovykh prostranstvakh *Teoriya sluchaynykh protsessov*, 2, 28–34. (in Russian)
4. Buldygin V. V. (1977). Subgaussovskiye protsessy i skhodimost sluchaynykh ryadov v funktsional'nykh prostranstvakh *Ukr. mat. zhurn.*, 29(4), 443–454. (in Russian)
5. Buldygin V. V. (1983). O statisticheskom podkhode k voprosu o sushchestvovanii klassicheskogo resheniya u krayevoy zadachi dlya odnorodnogo giperbolicheskogo uravneniya *Teoriya sluchaynykh protsessov*, 11, 12–19 (in Russian)
6. Buldygin V. V., Kozachenko Yu. V. (1979). K voprosu primenimosti metoda Furye dlya resheniya zadach so sluchaynymi krayevymi usloviyami Sluchaynyye protsesy v zadachakh matematicheskoy fiziki. K.: In-t. Matematiki AN USSR, 4–35. (in Russian)
7. Dovgay B. V., Kozachenko Yu. V, Slyvka-Tylyshchak G. I. (2008). Krayovi zadachi matematy-

chnoyi fizyky z vypadkovymy faktoramy. Monohrafiya. K.: Vydavnycho-polihrafichnyy tsentr Kyyivs?kyy universytet. (in Ukrainian)
8. Dovgay B. V., Kozachenko Yu. V., Rozora I. V. (2010). Modelyuvannya vypadkovykh protsesiv u fizychnykh systemakh. Kyyiv. (in Ukrainian)
9. Zelepugina I. N., Kozachenko Yu. V. (1988). Ob otsenkakh tochnosti modelirovaniya sluchaynykh poley v prostranstvakh *Issleduy. Operatsiy i ASU*, 32, 10–14. (in Russian)
10. Zelepugina I. N., Kozachenko Yu. V. (1988). O skorosti skhodimosti razlozheniy Karunena-Loeva gaussovskikh sluchaynykh protsessov *Teoriya veroyatn. i mat. statistika*, 38, 41–51. (in Russian)
11. Kampe de Fer'ye. (1964). Statisticheskaya mekhanika nepreryvnykh sred Gidrodinamicheskaya neustoychivost. M. IL. 189–230. (in Russian)
12. Kozachenko Yu. V. (1983). O ravnomernoy skhodimosti stokhasticheskikh integralov v norme prostranstva Orlicha *Teoriya veroyatn. i mat. statist.*, 29, 52–64. (in Russian)
13. Kozachenko Yu. V. (1984). Sluchaynyye protsessy v prostranstvekh Orlicha I. *Teoriya veroyatn. i mat. statist.*, 30, 92–107. (in Russian)
14. Kozachenko Yu. V. (1984). Sluchaynyye protsessy v prostranstvekh Orlicha II. *Teoriya veroyatn. i mat. statist.*, 31, 44-50. (in Russian)
15. Kozachenko Yu. V. (1984). Svoystva sluchaynykh protsessov tipa subgauussovskikh *Doklady AN USSR*, 9, 14–16. (in Russian)
16. Kozachenko Yu. V., Veresh K. Y. (2009). Rivnyannya teploprovidnosti z vypadkovymy pochatkovymy umovamy iz prostoriv Orlicha *Teoriya ymov. ta matem. statist.* 80, 56–69. (in Ukrainian)
17. Kozachenko Yu. V., Yendzhirgli M. V. (1994). Obgruntuvannya zastosuvannya metodu Fure do krayovikh zadach z vipadkovimi pochatkovimi umovami. *Teoriya ymovirn. i mat. statistika.* 51, 78–89. (in Ukrainian)
18. Kozachenko Yu. V., Yendzhirgli M. V. (1994). Obgruntuvannya zastosuvannya metodu Fure do krayovikh zadach z vipadkovimi pochatkovimi umovami. II *Teoriya imovirn. i mat. statistika.* 53, 58–68. (in Ukrainian)
19. Kozachenko Yu. V., Kovalchuk Yu. A. (1998). Krayevyye zadachi so sluchaynymi nachalnymi usloviyami i funktsionalnyye ryady iz $Sub_\varphi(\Omega)$. I *Ukr. mat. zhurnal.* 50(4), 504–515. (in Russian)
20. Kozachenko Yu. V., Kovalchuk Yu. A. (1998). Krayevyye zadachi so sluchaynymi nachal'nymi usloviyami i funktsional'nyye ryady iz $Sub_\varphi(\Omega)$. II *Ukr. mat. zhurnal.* 50(5), 897–906. (in Russian)
21. Kozachenko Yu. V., Kovalchuk Yu. A. (1996). Pro zbizhnist' u prostorakh Orlycha deyakykh vypadkovykh ryadiv *Naukovi zapysky Nizhyns'koho pedinstytutu im. M. V. Hoholya, T. KHVI*, vyp. 1, 16–20. (in Ukrainian)
22. Kozachenko Yu. V., Kovalchuk Yu. A. (1997). Pro zbizhnist' stroho $Sub_\varphi(\Omega)$ vypadkovykh ryadiv v normakh prostoriv Orlycha. *Dopovidi NAN Ukrayiny*, 11, 12–15. (in Ukrainian)
23. Kozachenko Yu. V., Kuchinka K. Y., Slyvka-Tylyshchak G. I. (2017). Vypadkovi protsesy v zadachakh matematychnoyi fizyky. Monografiya. Vid-vo TOV "RIK-U". (in Ukrainian)
24. Kozachenko Yu. V., Slyvka G. I. (2003). Obhruntuvannya metodu Fur'ye dlya hiperbolichnoho rivnyannya z vypadkovymy pochatkovymy umovamy *Teoriya ymov. i matem. statist.*, Vip. 69, 48–63. (in Ukrainian)
25. Kozachenko Yu. V., Slyvka G. I. (2003). Krayovi zadachi matematychnoyi fizyky z vypadkovymy pochatkovymy umovamy iz prostoru $Sub_\varphi(\Omega)$ *Dopovidi NAN Ukrainu,* 12, (in Ukrainian)
26. Kozachenko Yu. V., Slyvka-Tylyshchak G. I. (2006). Pro modelyuvannya rozv'yazku hiperbolichnoho rivnyannya z vypadkovymy pochatkovymy umovami *Teoriya imov. i matem. statist.*, Vip. 74, 52–67. (in Ukrainian)
27. Kozachenko Yu. V., Trigub S. G. (1996). Zastosuvannya metodu Fure do krayovikh zadach z vipadkovimi pochatkovimi umovami *Teoriya ymov. i mat. statistika*, Vip. 54, 51–66. (in Ukrainian)
28. Yadrenko M. I. (1980). Spektralnaya teoriya sluchaynykh poley K .: Vishcha shkola, 270. (in Russian)
29. Barrasa de la Krus E., Kozachenko Yu. V. (1995). Boundary-value problems for equations of

mathematical physics with strictly Orlicz Random initial conditions *Random Oper. And Stoch. Eq.*, 3, 3, 201–220.

30. Beghin L.,Kozachenko Yu., Orsingher E., Sakhno L. (2007). On the solution of linear odd-order heat-type equations with random initial *Journal of Statistical Physics.*, Vol. 127, No. 4. 721–739.
31. Dovgay B. V, Kozachenko Yu. V. (2005). The condition for application of Fourie method to the solution of nonhomogeneous string oscillation equation with φ-subgaussian right hand side *Random Operators and Stochastic Equations.*, Vol. 13, 3, 281–296.
32. Ito K., Nisio M. (1968). On the convergence of sums independent Banah space valued random variables *Osaka J. Math.*, Vol. 5. 1, 35–48.
33. Jain N. C., Marcus M. B. (1978). Continuity of sub-Gaussian processes *Adv. Probab.*, Vol. 4, 81–196.
34. Kahane J. P. (1960). Properties locales des fonctions a series de Fouries aleatories *Studia Math.*, Vol. 19, 1, 1–25.
35. Kahane J. P. (1961). Sur la divergence presque sure presque partout de certaines series de Fouries aleatories *Ann. Univ. Scient., Budapest., Sect. Math.*, 3–4, 101–108.
36. Kozachenko Yu. V., Leonenko G. M. (2006). Extremal behavior of the heat random field *Extremes*, 8, 191–205.
37. Kozachenko Yu. V., Veresh K. J. (2009). The heat equation with random initial conditions from Orlicz space *Teor. Imovirnost. Matem. Statist.* **80**, 63–75; English transl. in *Theory Probab. Mathem. Statist.**80***, 2010. 71–84.
38. Kozachenko Yu. V., Veresh K. J. (2010). Boundary-value problem for nonhomogeneous-parabolic equation with Orlicz right side *Random Operators and Stochastic Equations,* 18, 97–119.
39. Kozachenko Yu. V., Slyvka-Tylyshchak A. I. (2004). Boundary-value problems for equations of mathematical physics with strictly random initial conditions *Theory of Stochastic Processes*, 1-2, 60–71.
40. Kozachenko Yu. V., Slyvka-Tylyshchak A. I. (2014). The Cauchy problem for the heat equation with a random right side *Random Oper. and Stoch. Equ.*, 22(1), 53–64.
41. Kozachenko Yu. V.,Slyvka-Tylyshchak A. I. (2014). The Cauchy problem for the heat equation with a random right part from the space $Sub_{\varphi}(\Omega)$ *Applied Mathematics,* 5, 2318–2333.
42. Kovalchuk Yu. O., Kovalchuk Yu. O. (1997). The Boundary-Value Problems for Equations of Mathematical Physics with Strictly $sub_{\varphi}(\Omega)$ Random Initial Conditions *The Second Scandinavian-Ukrainian Conference in Mathematical Statistics. Abstracts. – Sweden, Umea*, 45.
43. Paley A. C., Zygmund A. (1930). On some series functions. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 23(4), 190–205.
44. Paley A. C., Wiener N., Zygmund A. (1932). Notes on random functions. *Math. Z.* 37 (4), 647–668.
45. Talagrand M. (1932). Regularite des processes gaussien. *C. R. Acad. Sc.* 37(4), 647–668.

Одержано 02.10.2020