

УДК 510

DOI 10.24144/2616-7700.2022.1(40).195-204

І. А. Мич¹, В. В. Ніколенко², О. В. Варцаба³, В. С. Динис⁴¹ ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород,
доцент кафедри кібернетики і прикладної математики,

кандидат фізико-математичних наук

ihor.mych@uzhnu.edu.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3392-1442>² ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород,
доцент кафедри інформаційних управляючих систем та технологій,

кандидат фізико-математичних наук

volodymer.nikolenko@uzhnu.edu.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0071-6896>³ ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород,
аспірант кафедри кібернетики і прикладної математики,

olena.vartsaba@uzhnu.edu.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9158-2365>⁴ ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Ужгород,
аспірант кафедри кібернетики і прикладної математики,

vadim02091996@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5952-9326>

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ БАЗИСНОЇ РЕШІТКИ КЛАСУ M_2 БУЛЕВИХ АЛГЕБР

У даній роботі продовжується дослідження базисної решітки класу алгебр M_2 . Базисну решітку класу M_2 можна побудувати з сигнатурної решітки цього класу. Базисні решітки є фактор решітками відповідних сигнатурних решіток. У даній роботі наводиться алгоритм побудови базисної решітки (фактор-решітки) класу алгебр M_2 , наводиться повна інформація про базисну решітку у вигляді таблиць, які вказують розташування суміжних класів і ребер, що їх з'єднують.

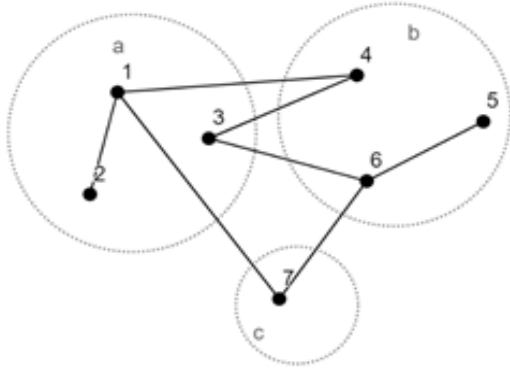
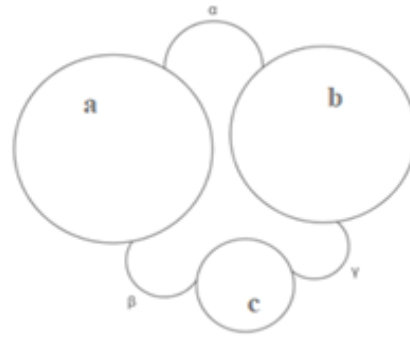
Ключові слова: булева алгебра, фактор решітка, базисна еквівалентність.

1. Вступ. У роботах [1, 2, 3] досліджується клас універсальних булевих алгебр з сигнатурою у яких арність не перевищує два. У [1, 2] побудовані сигнатурні решітки цього класу алгебр, а у роботі [3] вводиться поняття базисної еквівалентності та базисних графів.

Наведемо означення фактор-решітки за еквівалентністю σ . Нехай $R(BD)$ – решітка, де B – множина вершин, D – множина ребер. На множині B задана еквівалентність σ , яка розбиває B на суміжні класи, які утворюють фактор-клас B/σ . Побудуємо ребра решітки R/σ . Множину ребер D розіб'ємо на класи:

- 1) Ребра, які з'єднують вершини, що належать одному суміжному класу, зникають.
- 2) Множини ребер, які з'єднують вершини двох суміжних класів об'єднуються в одне ребро, між цими класами.

Наприклад, нехай задано $R = (BD)$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $D = \{(1, 2), (1, 7), (1, 4), (3, 4), (3, 6), (6, 5), (6, 7)\}$. Задамо еквівалентність σ : $a = \{1, 2, 3\}$, $b = \{4, 5, 6\}$, $c = \{7\}$. Ребра $(1, 2)$, $(6, 5)$ зникають, ребра $(1, 4)$,

Рис. 1. Решітка $R = (BD)$.Рис. 2. Решітка R/σ

(3, 4), (3, 6) перетворюються в ребро $\alpha = (ab)$; ребро (1, 7) в ребро $\beta = (ac)$; ребро (6, 7) в ребро $\gamma = (bc)$. Отримана решітка буде решіткою R/σ .

2. Алгоритм побудови фактор-решітки. $M_2 \setminus \sigma$.

1. На множині універсальних булевих алгебр M_2 задамо базисну еквівалентність σ , яка розбиває множину M на суміжні класи, що утворюють фактор-множину $M_2 \setminus \sigma$. Суміжні класи за базисною еквівалентністю, описані в [3]. Кожен суміжний клас є вершиною фактор-решітки $M_2 \setminus \sigma$ і його можна представити номером канонічної алгебри, або множиною номерів базисів, які можна сформулювати з операцій канонічної алгебри.
2. Для знаходження вершини решітки скористаємося множиною канонічних алгебр M_2^1 , які описані в [1]. У цій роботі показано, що в класі M_2^1 існує 265 канонічних алгебр.
3. Для кожної канонічної алгебри U_i знаходимо характеристичний базисний вектор $B(U_i)$ і число $|B(U_i)|$, яке вказує скільки базисів можна побудувати з операцій сигнатури алгебри U_i . Відомо, що $1 \leq |B(U_i)| \leq 15$. Алгебри, у яких $|B(U_i)| = k$ будуть знаходитись на k -ому ярусі базисної фактор-решітки M_2^1/σ . Таблиця 1 містить інформацію про кількість суміжних класів решітки M_2^1/σ по ярусах.

Таблиця 1.

Кількість суміжних класів

Ярус	0	1	2	3	4	5	6	7
Кількість суміжних класів	1	15	39	39	49	39	35	16
Ярус	8	9	10	11	12	13	14	15
Кількість суміжних класів	13	9	2	5	2	0	0	1

Суміжні класи по ярусах приведені в таблиці 2. У цій таблиці для кожного ярусу вказано канонічні алгебри. Клас $[U_i^k]$ можна задавати множиною базисів $B(U_i^k)$, які можна утворити з операцій алгебр U_i^k . Задамо відношення часткового порядку над суміжними класами: $[U_i^k] \geq [U_j^n]$ тоді і тільки тоді, коли

6 ярус							9 ярус															
87	2	9	12	13	14	15	127	3	4	5	6	7	8	9	14	15						
126	3	4	5	6	7	8	10 ярус															
119	3	4	5	6	8	9	510	1	2	3	4	5	6	7	8	12	13					
252	3	4	5	7	12	13	503	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11					
125	3	4	5	7	14	15	11 ярус															
371	3	4	6	9	10	11	495	1	2	3	5	6	7	8	9	10	12	14				
123	3	4	6	9	14	15	479	1	2	4	5	6	7	8	9	11	13	15				
377	3	4	10	11	14	15	447	1	2	7	8	9	10	11	12	13	14	15				
249	3	4	12	13	14	15	509	1	3	4	5	7	10	11	12	13	14	15				
441	10	11	12	13	14	15	12 ярус															
							383	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	14	15			
							255	2	3	4	5	6	7	8	9	12	13	14	15			
							15 ярус															
							511	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

3. Побудова ребер решітки M_2^1/σ . Позначимо через $[U_i^k]_\sigma$ суміжний клас алгебри M_2^1/σ , який задається канонічною алгеброю U_i^k , яка знаходиться на k -ому ярусі фактор решітки. Знайдемо для $[U_i^k]_\sigma$ всі суміжні класи $[U_i^t]_\sigma$ такі, що $t < k$. Для $[U_i^t]_\sigma$ знаходимо множину суміжних класів $N[U_i^t]_\sigma$ таких, що $\forall [U_j^t]_\sigma \in N[U_i^t]_\sigma, U_j^t < U_i^k$. У множині $N[U_i^k]_\sigma$ знаходимо множину максимальних суміжних класів $[U_j^t]_\sigma$ і з'єднуємо з ребрами з $[U_i^k]_\sigma$. Рухаючись по ярусах знизу вгору і будуючи ребра нижніх суміжних класів, отримуємо решітку M_2^1/σ . Дані про базисну решітку класу M_2^1/σ приведені по ярусах у таблиці 3. Наприклад,

- 1) у таблиці 3 всі п'ятнадцять однобазисних канонічних алгебр знаходяться на першому ярусі, кожна з цих алгебр з'єднується ребром з алгеброю нульового ярусу;
- 2) у таблиці 3 перший стовпець містить номери канонічних двобазисних алгебр; у другому і третьому стовпчиках вказані номери базисів, які можна утворити з сигнатур відповідних алгебр, а у четвертому і п'ятому стовпчиках – суміжні алгебри нижніх ярусів і їх базиси. Наприклад, 324 алгебра з базисами (1,5) з'єднується ребрами з алгебрами 260 (1) та 68 (5), алгебра 390 (1,2,8) з'єднана ребрами з суміжними алгебрами 262 (1,8) і 134 (2,8), а 332 (1,5,7) з 324 (1,5), 268 (1,7), 76 (5,7).

Таблиця 3.

Розподіл суміжних класів по ярусах

2 ярус			3 ярус				4 ярус				
324	260 (1)	68 (5)	390	262 (1,8)	134 (2,8)		398	390 (1,2,8)	270 (1,7,8)	142 (2,7,8)	
268	260 (1)	12 (7)	356	324 (1,5)	100 (3,5)		391	390 (1,2,8)	263 (1,8,9)	135 (2,8,9)	
262	260 (1)	6 (8)	340	324 (1,5)	84 (4,5)		372	356 (1,3,5)	340 (1,4,5)	116 (3,4,5)	
293	260 (1)	289(10)	332	324 (1,5)	268 (1,7)	76 (5,7)	364	356 (1,3,5)	332 (1,5,7)	108 (3,5,7)	
277	260 (1)	273(11)	270	268 (1,7)	262 (1,8)	14 (7,8)	357	356 (1,3,5)	293 (1,10)	353 (3,10)	
194	130 (2)	66 (6)	428	268 (1,7)	172 (7,12)		348	340 (1,4,5)	332 (1,5,7)	92 (4,5,7)	
134	130 (2)	6 (8)	412	268 (1,7)	156 (7,13)		341	340 (1,4,5)	277 (1,11)	337 (4,11)	
131	130 (2)	3 (9)	263	262 (1,8)	7 (8,9)		326	70 (5,6,8)	324 (1,5)	262 (1,8)	
170	130 (2)	168(12)	309	293(1,10)	277 (1,11)	305(10,11)	271	270 (1,7,8)	263 (1,8,9)	15 (7,8,9)	
154	130 (2)	152(13)	226	194 (2,6)	98 (3,6)		301	268 (1,7)	293 (1,10)	45 (7,14)	297(10,14)
112	96 (3)	80 (4)	210	194 (2,6)	82 (4,6)		285	268 (1,7)	277 (1,11)	29 (7,15)	281(11,15)
100	96 (3)	68 (5)	195	194 (2,6)	131 (2,9)	67 (6,9)	444	428 (1,7,12)	412 (1,7,13)	188 (7,12,13)	
98	96 (3)	66 (6)	142	134 (2,8)	14 (7,8)		295	263 (1,8,9)	293 (1,10)	291 (9,10)	
353	96 (3)	289(10)	135	134 (2,8)	131 (2,9)	7 (8,9)	279	263 (1,8,9)	277 (1,11)	275 (9,11)	
232	96 (3)	168(12)	419	131 (2,9)	291 (9,10)		242	226 (2,3,6)	210 (2,4,6)	114 (3,4,6)	
105	96 (3)	41 (14)	403	131 (2,9)	275 (9,11)		227	226 (2,3,6)	195 (2,6,9)	99 (3,6,9)	

2 ярус			3 ярус				4 ярус				
84	80 (4)	68 (5)	186	170(2,12)	154 (2,13)	184(12,13)	234	226 (2,3,6)	170 (2,12)	232 (3,12)	
82	80 (4)	66 (6)	116	112 (3,4)	100 (3,5)	84 (4,5)	211	210 (2,4,6)	195 (2,6,9)	83 (4,6,9)	
337	80 (4)	273(11)	114	112 (3,4)	98 (3,6)	82 (4,6)	218	210 (2,4,6)	154 (2,13)	216 (4,13)	
216	80 (4)	152(13)	108	100 (3,5)	76 (5,7)		198	70 (5,6,8)	194 (2,6)	134 (2,8)	
89	80 (4)	25 (15)	99	98 (3,6)	67 (6,9)		143	142 (2,7,8)	135 (2,8,9)	15 (7,8,9)	
76	68 (5)	12 (7)	361	353(3,10)	105(3,14)	297(10,14)	174	142 (2,7,8)	170 (2,12)	172 (7,12)	
67	66 (6)	3 (9)	233	232(3,12)	105(3,14)	169(12,14)	158	142 (2,7,8)	154 (2,13)	156 (7,13)	
14	12 (7)	6 (8)	92	84 (4,5)	76 (5,7)		435	419 (2,9,10)	403 (2,9,11)	307 (9,10,11)	
172	12 (7)	168(12)	83	82 (4,6)	67 (6,9)		171	131 (2,9)	170 (2,12)	43 (9,14)	169(12,14)
156	12 (7)	152(13)	345	337(4,11)	89 (4,15)	281(11,15)	155	131 (2,9)	154 (2,13)	27 (9,15)	153(13,15)
45	12 (7)	41 (14)	217	216(4,13)	89 (4,15)	153(13,15)	124	116 (3,4,5)	108 (3,5,7)	92 (4,5,7)	
29	12 (7)	25 (15)	70	68 (5)	66 (6)	6 (8)	115	114 (3,4,6)	99 (3,6,9)	83 (4,6,9)	
7	6 (8)	3 (9)	15	14 (7,8)	7 (8,9)		369	112 (3,4)	353 (3,10)	337 (4,11)	305(10,11)
291	3 (9)	289(10)	188	172(7,12)	156(7,13)	184(12,13)	248	112 (3,4)	232 (3,12)	216 (4,13)	184(12,13)
275	3 (9)	273(11)	173	172(7,12)	45 (7,14)	169(12,14)	121	112 (3,4)	105 (3,14)	89 (4,15)	57 (14,15)
43	3 (9)	41 (14)	157	156(7,13)	29 (7,15)	153(13,15)	102	70 (5,6,8)	100 (3,5)	98 (3,6)	
27	3 (9)	25 (15)	61	45 (7,14)	29 (7,15)	57 (14,15)	236	108 (3,5,7)	232 (3,12)	172 (7,12)	
305	289(10)	273(11)	307	291(9,10)	275(9,11)	305(10,11)	109	108 (3,5,7)	105 (3,14)	45 (7,14)	
297	289(10)	41 (14)	299	291(9,10)	43 (9,14)	297(10,14)	355	99 (3,6,9)	353 (3,10)	291 (9,10)	
281	273(11)	25 (15)	283	275(9,11)	27 (9,15)	281(11,15)	107	99 (3,6,9)	105 (3,14)	43 (9,14)	
184	168(12)	152(13)	59	43 (9,14)	27 (9,15)	57 (14,15)	489	361(3,10,14)	233 (3,12,14)	425(10,12,14)	
169	168(12)	41 (14)	425	297(10,14)	169(12,14)		86	70 (5,6,8)	84 (4,5)	82 (4,6)	
153	152(13)	25 (15)	409	281(11,15)	153(13,15)		220	92 (4,5,7)	216 (4,13)	156 (7,13)	
57	41 (14)	25 (15)					93	92 (4,5,7)	89 (4,15)	29 (7,15)	
							339	83 (4,6,9)	337 (4,11)	275 (9,11)	
							91	83 (4,6,9)	89 (4,15)	27 (9,15)	
							473	345(4,11,15)	217 (4,13,15)	409(11,13,15)	
							78	70 (5,6,8)	76 (5,7)	14 (7,8)	
							71	70 (5,6,8)	67 (6,9)	7 (8,9)	
							47	15 (7,8,9)	45 (7,14)	43 (9,14)	
							31	15 (7,8,9)	29 (7,15)	27 (9,15)	
							313	305 (10,11)	297 (10,14)	281 (11,15)	57 (14,15)
							185	184 (12,13)	169 (12,14)	153 (13,15)	57 (14,15)
							398	390 (1,2,8)	270 (1,7,8)	142 (2,7,8)	
5 ярус											
454	326 (1,5,6,8)		198 (2,5,6,8)		390 (1,2,8)						
399	398 (1,2,7,8)		391 (1,2,8,9)		271 (1,7,8,9)		143 (2,7,8,9)				
430	398 (1,2,7,8)		174 (2,7,8,12)		428 (1,7,12)						
414	398 (1,2,7,8)		158 (2,7,8,13)		412 (1,7,13)						
423	391 (1,2,8,9)		295 (1,8,9,10)		419 (2,9,10)						
407	391 (1,2,8,9)		279 (1,8,9,11)		403 (2,9,11)						
380	372 (1,3,4,5)		364 (1,3,5,7)		348 (1,4,5,7)		124 (3,4,5,7)				
358	326 (1,5,6,8)		102 (3,5,6,8)		356 (1,3,5)						
492	364 (1,3,5,7)		236 (3,5,7,12)		428 (1,7,12)						
342	326 (1,5,6,8)		86 (4,5,6,8)		340 (1,4,5)						
476	348 (1,4,5,7)		220 (4,5,7,13)		412 (1,7,13)						
334	326 (1,5,6,8)		78 (5,6,7,8)		332 (1,5,7)		270 (1,7,8)				
327	326 (1,5,6,8)		71 (5,6,8,9)		263 (1,8,9)						

5 ярус					
429	301 (1,7,10,14)	428 (1,7,12)	173 (7,12,14)	425 (10,12,14)	
413	285 (1,7,11,15)	412 (1,7,13)	157 (7,13,15)	409 (11,13,15)	
311	295 (1,8,9,10)	279 (1,8,9,11)	309 (1,10,11)	307 (9,10,11)	
243	242 (2,3,4,6)	227 (2,3,6,9)	211 (2,4,6,9)	115 (3,4,6,9)	
230	198 (2,5,6,8)	102 (3,5,6,8)	226 (2,3,6)		
483	227 (2,3,6,9)	355 (3,6,9,10)	419 (2,9,10)		
214	198 (2,5,6,8)	86 (4,5,6,8)	210 (2,4,6)		
467	211 (2,4,6,9)	339 (4,6,9,11)	403 (2,9,11)		
206	198 (2,5,6,8)	78 (5,6,7,8)	142 (2,7,8)		
199	198 (2,5,6,8)	71 (5,6,8,9)	195 (2,6,9)	135 (2,8,9)	
190	174 (2,7,8,12)	158 (2,7,8,13)	186 (2,12,13)	188 (7,12,13)	
427	171 (2,9,12,14)	419 (2,9,10)	299 (9,10,14)	425 (10,12,14)	
411	155 (2,9,13,15)	403 (2,9,11)	283 (9,11,15)	409 (11,13,15)	
118	102 (3,5,6,8)	86 (4,5,6,8)	116 (3,4,5)	114 (3,4,6)	
110	102 (3,5,6,8)	78 (5,6,7,8)	108 (3,5,7)		
103	102 (3,5,6,8)	71 (5,6,8,9)	99 (3,6,9)		
237	236 (3,5,7,12)	109 (3,5,7,14)	233 (3,12,14)	173 (7,12,14)	
363	355 (3,6,9,10)	107 (3,6,9,14)	361 (3,10,14)	299 (9,10,14)	
94	86 (4,5,6,8)	78 (5,6,7,8)	92 (4,5,7)		
87	86 (4,5,6,8)	71 (5,6,8,9)	83 (4,6,9)		
221	220 (4,5,7,13)	93 (4,5,7,15)	217 (4,13,15)	157 (7,13,15)	
347	339 (4,6,9,11)	91 (4,6,9,15)	345 (4,11,15)	283 (9,11,15)	
79	78 (5,6,7,8)	71 (5,6,8,9)	15 (7,8,9)		
63	47 (7,8,9,14)	31 (7,8,9,15)	61 (7,14,15)	59 (9,14,15)	
189	185 (12,13,14,15)	188 (7,12,13)	173 (7,12,14)	157 (7,13,15)	61 (7,14,15)
315	313 (10,11,14,15)	307 (9,10,11)	299 (9,10,14)	283 (9,11,15)	59 (9,14,15)
6 ярус					
486	454(1,2,5,6,8)	358 (1,3,5,6,8)	230 (2,3,5,6,8)		
470	454 (1,2,5,6,8)	342 (1,4,5,6,8)	214 (2,4,5,6,8)		
462	454 (1,2,5,6,8)	334 (1,5,6,7,8)	206 (2,5,6,7,8)	398 (1,2,7,8)	
455	454 (1,2,5,6,8)	327 (1,5,6,8,9)	199 (2,5,6,8,9)	391 (1,2,8,9)	
446	430(1,2,7,8,12)	414 (1,2,7,8,13)	190 (2,7,8,12,13)	444 (1,7,12,13)	
439	423(1,2,8,9,10)	407 (1,2,8,9,11)	311 (1,8,9,10,11)	435 (2,9,10,11)	
374	358(1,3,5,6,8)	342 (1,4,5,6,8)	118 (3,4,5,6,8)	372 (1,3,4,5)	
373	372 (1,3,4,5)	357 (1,3,5,10)	341 (1,4,5,11)	369 (3,4,10,11)	309 (1,10,11)
366	358 (1,3,5,6,8)	334 (1,5,6,7,8)	110 (3,5,6,7,8)	364 (1,3,5,7)	
365	364 (1,3,5,7)	357 (1,3,5,10)	301(1,7,10,14)	109 (3,5,7,14)	361 (3,10,14)
350	342 (1,4,5,6,8)	334 (1,5,6,7,8)	94 (4,5,6,7,8)	348 (1,4,5,7)	
349	348 (1,4,5,7)	341 (1,4,5,11)	285(1,7,11,15)	93 (4,5,7,15)	345 (4,11,15)
335	334 (1,5,6,7,8)	327 (1,5,6,8,9)	79 (5,6,7,8,9)	271 (1,7,8,9)	
303	271 (1,7,8,9)	301 (1,7,10,14)	295 (1,8,9,10)	47 (7,8,9,14)	299 (9,10,14)
287	271 (1,7,8,9)	285 (1,7,11,15)	279 (1,8,9,11)	31 (7,8,9,15)	283 (9,11,15)
317	301(1,7,10,14)	285 (1,7,11,15)	313 (10,11,14,15)	309 (1,10,11)	61 (7,14,15)
246	230 (2,3,5,6,8)	214 (2,4,5,6,8)	118 (3,4,5,6,8)	242 (2,3,4,6)	
250	242 (2,3,4,6)	234 (2,3,6,12)	218 (2,4,6,13)	248 (3,4,12,13)	186 (2,12,13)
231	230 (2,3,5,6,8)	199 (2,5,6,8,9)	103 (3,5,6,8,9)	227 (2,3,6,9)	
235	227 (2,3,6,9)	234 (2,3,6,12)	171(2,9,12,14)	107 (3,6,9,14)	233 (3,12,14)

6 ярус					
215	214 (2,4,5,6,8)	199 (2,5,6,8,9)	87 (4,5,6,8,9)	211 (2,4,6,9)	
219	211 (2,4,6,9)	218 (2,4,6,13)	155(2,9,13,15)	91 (4,6,9,15)	217 (4,13,15)
207	206 (2,5,6,7,8)	199 (2,5,6,8,9)	79 (5,6,7,8,9)	143 (2,7,8,9)	
175	143 (2,7,8,9)	174 (2,7,8,12)	171(2,9,12,14)	47 (7,8,9,14)	173 (7,12,14)
159	143 (2,7,8,9)	158 (2,7,8,13)	155(2,9,13,15)	31 (7,8,9,15)	157 (7,13,15)
187	171(2,9,12,14)	155 (2,9,13,15)	185(12,13,14,15)	186 (2,12,13)	59 (9,14,15)
126	118 (3,4,5,6,8)	110 (3,5,6,7,8)	94 (4,5,6,7,8)	124 (3,4,5,7)	
119	118 (3,4,5,6,8)	103 (3,5,6,8,9)	87 (4,5,6,8,9)	115 (3,4,6,9)	
252	124 (3,4,5,7)	248 (3,4,12,13)	236 (3,5,7,12)	220 (4,5,7,13)	188 (7,12,13)
125	124 (3,4,5,7)	121 (3,4,14,15)	109 (3,5,7,14)	93 (4,5,7,15)	61 (7,14,15)
371	115 (3,4,6,9)	369(3,4,10,11)	355 (3,6,9,10)	339 (4,6,9,11)	307 (9,10,11)
123	115 (3,4,6,9)	121 (3,4,14,15)	107 (3,6,9,14)	91 (4,6,9,15)	59 (9,14,15)
377	369(3,4,10,11)	121 (3,4,14,15)	313 (10,11,14,15)	361 (3,10,14)	345 (4,11,15)
249	248(3,4,12,13)	121 (3,4,14,15)	185(12,13,14,15)	233 (3,12,14)	217 (4,13,15)
441	313(10,11,14,15)	185 (12,13,14,15)	425 (10,12,14)	409 (11,13,15)	

Шостий ярус базисної решітки складається з 35 суміжних класів. Суміжні класи 486 і 470 мають по три нижніх ребра, які з'єднуються з суміжними класами п'ятого ярусу, а суміжні класи 462, 455, 446, 439, 374 мають по чотири нижніх ребра, три з яких з'єднані суміжними класами п'ятого ярусу, а одне ребро з суміжним класом четвертого ярусу. Суміжний клас 373 має п'ять нижніх ребер, чотири з яких з'єднують суміжні класи четвертого ярусу і один – третього ярусу. Суміжні класи 377, 249 мають по п'ять нижніх ребер, три з яких з'єднані суміжними класами четвертого ярусу, два – третього. Суміжний клас 444 має чотири нижніх ребра, два з'єднуються суміжними класами четвертого ярусу, а два – третього.

На дванадцятому ярусі суміжні класи 375, 255 мають одні з найдовших ребер, які з'єднують їх суміжними класами з шостого по дванадцятий ярус.

Таблиця 3.

Продовження

7 ярус						
502	486 (1,2,3,5,6,8)	470 (1,2,4,5,6,8)	374 (1,3,4,5,6,8)	246 (2,3,4,5,6,8)		
463	462 (1,2,5,6,7,8)	455 (1,2,5,6,8,9)	335 (1,5,6,7,8,9)	207 (2,5,6,7,8,9)	399 (1,2,7,8,9)	
382	374 (1,3,4,5,6,8)	366 (1,3,5,6,7,8)	350 (1,4,5,6,7,8)	126 (3,4,5,6,7,8)	380 (1,3,4,5,7)	
508	252 (3,4,5,7,12,13)	380 (1,3,4,5,7)	492 (1,3,5,7,12)	476 (1,4,5,7,13)	444 (1,7,12,13)	
359	358 (1,3,5,6,8)	327 (1,5,6,8,9)	103 (3,5,6,8,9)	357 (1,3,5,10)	295 (1,8,9,10)	355 (3,6,9,10)
493	365 (1,3,5,7,10,14)	492 (1,3,5,7,12)	429 (1,7,10,12,14)	237 (3,5,7,12,14)	489 (3,10,12,14)	
343	342 (1,4,5,6,8)	327 (1,5,6,8,9)	87 (4,5,6,8,9)	341 (1,4,5,11)	279 (1,8,9,11)	339 (4,6,9,11)
477	349 (1,4,5,7,11,15)	476 (1,4,5,7,13)	413 (1,7,11,13,15)	221 (4,5,7,13,15)	473 (4,11,13,15)	

7 ярус						
247	246 (2,3,4,5,6,8)	231 (2,3,5,6,8,9)	215 (2,4,5,6,8,9)	119 (3,4,5,6,8,9)	243 (2,3,4,6,9)	
499	371 (3,4,6,9,10,11)	243 (2,3,4,6,9)	483 (2,3,6,9,10)	467 (2,4,6,9,11)	435 (2,9,10,11)	
238	230 (2,3,5,6,8)	206 (2,5,6,7,8)	110 (3,5,6,7,8)	234 (2,3,6,12)	174 (2,7,8,12)	236 (3,5,7,12)
491	235 (2,3,6,9,12,14)	483 (2,3,6,9,10)	427 (2,9,10,12,14)	363 (3,6,9,10,14)	489 (3,10,12,14)	
222	214 (2,4,5,6,8)	206 (2,5,6,7,8)	94 (4,5,6,7,8)	218 (2,4,6,13)	158 (2,7,8,13)	220 (4,5,7,13)
475	219 (2,4,6,9,13,15)	467 (2,4,6,9,11)	411 (2,9,11,13,15)	347 (4,6,9,11,15)	473 (4,11,13,15)	
111	110 (3,5,6,7,8)	103 (3,5,6,8,9)	79 (5,6,7,8,9)	109 (3,5,7,14)	107 (3,6,9,14)	47 (7,8,9,14)
8 ярус						
494	238 (2,3,5,6,7,8,12)	486 (1,2,3,5,6,8)	462 (1,2,5,6,7,8)	366 (1,3,5,6,7,8)	430 (1,2,7,8,12)	492 (1,3,5,7,12)
487	359 (1,3,5,6,8,9,10)	486 (1,2,3,5,6,8)	455 (1,2,5,6,8,9)	231 (2,3,5,6,8,9)	423 (1,2,8,9,10)	483 (2,3,6,9,10)
478	222 (2,4,5,6,7,8,13)	470 (1,2,4,5,6,8)	462 (1,2,5,6,7,8)	350 (1,4,5,6,7,8)	414 (1,2,7,8,13)	476 (1,4,5,7,13)
471	343 (1,4,5,6,8,9,11)	470 (1,2,4,5,6,8)	455 (1,2,5,6,8,9)	215 (2,4,5,6,8,9)	407 (1,2,8,9,11)	467 (2,4,6,9,11)
431	303 (1,7,8,9,10,14)	175 (2,7,8,9,12,14)	399 (1,2,7,8,9)	430 (1,2,7,8,12)	423 (1,2,8,9,10)	429 (1,7,10,12,14)
415	287 (1,7,8,9,11,15)	159 (2,7,8,9,13,15)	399 (1,2,7,8,9)	414 (1,2,7,8,13)	407 (1,2,8,9,11)	413 (1,7,11,13,15)
319	303 (1,7,8,9,10,14)	287 (1,7,8,9,11,15)	317 (1,7,10,11,14,15)	311 (1,8,9,10,11)	63 (7,8,9,14,15)	315 (9,10,11,14,15)
445	317 (1,7,10,11,14,15)	441 (10,11,12,13,14,15)	429 (1,7,10,12,14)	413 (1,7,11,13,15)	189 (7,12,13,14,15)	444 (1,7,12,13)
191	175 (2,7,8,9,12,14)	159 (2,7,8,9,13,15)	187 (2,9,12,13,14,15)	190 (2,7,8,12,13)	63 (7,8,9,14,15)	189 (7,12,13,14,15)
443	187 (2,9,12,13,14,15)	441 (10,11,12,13,14,15)	427 (2,9,10,12,14)	411 (2,9,11,13,15)	315 (9,10,11,14,15)	435 (2,9,10,11)
253	252 (3,4,5,7,12,13)	125 (3,4,5,7,14,15)	249 (3,4,12,13,14,15)	237 (3,5,7,12,14)	221 (4,5,7,13,15)	189 (7,12,13,14,15)
379	371 (3,4,6,9,10,11)	123 (3,4,6,9,14,15)	377 (3,4,10,11,14,15)	363 (3,6,9,10,14)	347 (4,6,9,11,15)	315 (9,10,11,14,15)
505	377 (3,4,10,11,14,15)	249 (3,4,12,13,14,15)	441 (10,11,12,13,14,15)	489 (3,10,12,14)	473 (4,11,13,15)	
9 ярус						
375	359 (1,3,5,6,8,9,10)	343 (1,4,5,6,8,9,11)	374 (1,3,4,5,6,8)	373 (1,3,4,5,10,11)	119 (3,4,5,6,8,9)	371 (3,4,6,9,10,11)
381	373 (1,3,4,5,10,11)	365 (1,3,5,7,10,14)	349 (1,4,5,7,11,15)	317 (1,7,10,11,14,15)	125 (3,4,5,7,14,15)	377 (3,4,10,11,14,15)
367	359 (1,3,5,6,8,9,10)	111 (3,5,6,7,8,9,14)	366 (1,3,5,6,7,8)	365 (1,3,5,7,10,14)	335 (1,5,6,7,8,9)	303 (1,7,8,9,10,14)
351	343 (1,4,5,6,8,9,11)	95 (4,5,6,7,8,9,15)	350 (1,4,5,6,7,8)	349 (1,4,5,7,11,15)	335 (1,5,6,7,8,9)	287 (1,7,8,9,11,15)
254	238 (2,3,5,6,7,8,12)	222 (2,4,5,6,7,8,13)	246 (2,3,4,5,6,8)	250 (2,3,4,6,12,13)	126 (3,4,5,6,7,8)	252 (3,4,5,7,12,13)
251	250 (2,3,4,6,12,13)	235 (2,3,6,9,12,14)	219 (2,4,6,9,13,15)	187 (2,9,12,13,14,15)	123 (3,4,6,9,14,15)	249 (3,4,12,13,14,15)
239	238 (2,3,5,6,7,8,12)	111 (3,5,6,7,8,9,14)	231 (2,3,5,6,8,9)	235 (2,3,6,9,12,14)	207 (2,5,6,7,8,9)	175 (2,7,8,9,12,14)
223	222 (2,4,5,6,7,8,13)	95 (4,5,6,7,8,9,15)	215 (2,4,5,6,8,9)	219 (2,4,6,9,13,15)	207 (2,5,6,7,8,9)	159 (2,7,8,9,13,15)
127	111 (3,5,6,7,8,9,14)	95 (4,5,6,7,8,9,15)	126 (3,4,5,6,7,8)	119 (3,4,5,6,8,9)	125 (3,4,5,7,14,15)	123 (3,4,6,9,14,15)
10 ярус						
503	375 (1,3,4,5,6,8,9,10,11)	487 (1,2,3,5,6,8,9,10)	471 (1,2,4,5,6,8,9,11)	502 (1,2,3,4,5,6,8)	247 (2,3,4,5,6,8,9)	499 (2,3,4,6,9,10,11)
510	254 (2,3,4,5,6,7,8,12,13)	494 (1,2,3,5,6,7,8,12)	478 (1,2,4,5,6,7,8,13)	502 (1,2,3,4,5,6,8)	382 (1,3,4,5,6,7,8)	508 (1,3,4,5,7,12,13)

11 ярус									
495	367 (1,3,5,6,7, 8,9,10,14)	239 (2,3,5,6,7,8, 9,12,14)	494 (1,2,3,5,6,7, 8,12)	487 (1,2,3,5,6,8, 9,10)	431 (1,2,7,8,9, 10,12,14)	463 (1,2,5,6,7,8,9)	493 (1,3,5,7,10, 12,14)	491 (2,3,6,9,10, 12,14)	
479	351 (1,4,5,6,7, 8,9,11,15)	223 (2,4,5,6,7,8, 9,13,15)	478 (1,2,4,5,6,7, 8,13)	471 (1,2,4,5,6,8, 9,11)	415 (1,2,7,8,9, 11,13,15)	463 (1,2,5,6,7,8,9)	477 (1,4,5,7,11, 13,15)	475 (2,4,6,9,11, 13,15)	
447	431 (1,2,7,8,9, 10,12,14)	415 (1,2,7,8,9,11, 13,15)	319 (1,7,8,9,10, 11,14,15)	445 (1,7,10,11, 12,13,14,15)	191 (2,7,8,9,12, 13,14,15)	443 (2,9,10,11,12, 13,14,15)	446 (1,2,7,8,12,13)	439 (1,2,8,9,10,11)	
509	381 (1,3,4,5,7, 10,11,14,15)	445 (1,7,10,11, 12,13,14,15)	253 (3,4,5,7,12, 13,14,15)	505 (3,4,10,11, 12,13,14,15)	508 (1,3,4,5,7, 12,13)	493 (1,3,5,7,10, 12,14)	477 (1,4,5,7,11, 13,15)		
12 ярус									
383	375(1,3,4,5, 6,8,9,10,11)	381 (1,3,4,5,7, 10,11,14,15)	367 (1,3,5,6,7,8, 9,10,14)	351 (1,4,5,6,7,8, 9,11,15)	127 (3,4,5,6,7,8, 9,14,15)	319 (1,7,8,9,10, 11,14,15)	379 (3,4,6,9, 10,11,14,15)	382 (1,3,4,5,6,7,8)	
255	254 (2,3,4,5,6,7, 8,12,13)	251 (2,3,4,6,9, 12,13,14,15)	239 (2,3,5,6,7,8, 9,12,14)	223 (2,4,5,6,7,8, 9,13,15)	127 (3,4,5,6,7,8, 9,14,15)	191 (2,7,8,9,12, 13,14,15)	253 (3,4,5,7,12, 13,14,15)	247 (2,3,4,5,6,8,9)	
15 ярус									
511	383 (1,3,4,5, 6,7,8,9, 10,11,14,15)	255 (2,3,4,5, 6,7,8,9, 12,13,14,15)	495 (1,2,3,5, 6,7,8,9, 10,12,14)	479 (1,2,4,5, 6,7,8,9, 11,13,15)	447 (1,2,7,8, 9,10,11,12, 13,14,15)	509 (1,3,4,5, 7,10,11,12, 13,14,15)	507 (2,3,4,6, 9,10,11,12, 13,14,15)	510 (1,2,3,4, 5,6,7,8, 12,13)	503 (1,2,3,4, 5,6,8,9, 10,11)

П'ятнадцятий ярус базисної решітки складається з 511-го суміжного класу, який має дев'ять нижніх ребер: два ребра з'єднують цей клас з суміжними класами 383 і 255, які знаходяться на дванадцятому ярусі; п'ять ребер з'єднуються з суміжними класами 495, 479, 447, 509, які належать одинадцятому ярусу, а два ребра з'єднуються з суміжними класами 510, 503 десятого ярусу.

Використовуючи таблиці 2, 3, побудуємо базисну решітку класу M_2/σ , яка є фактор решіткою сигнатурної решітки цього класу. Ця решітка наведена на рис. 3.

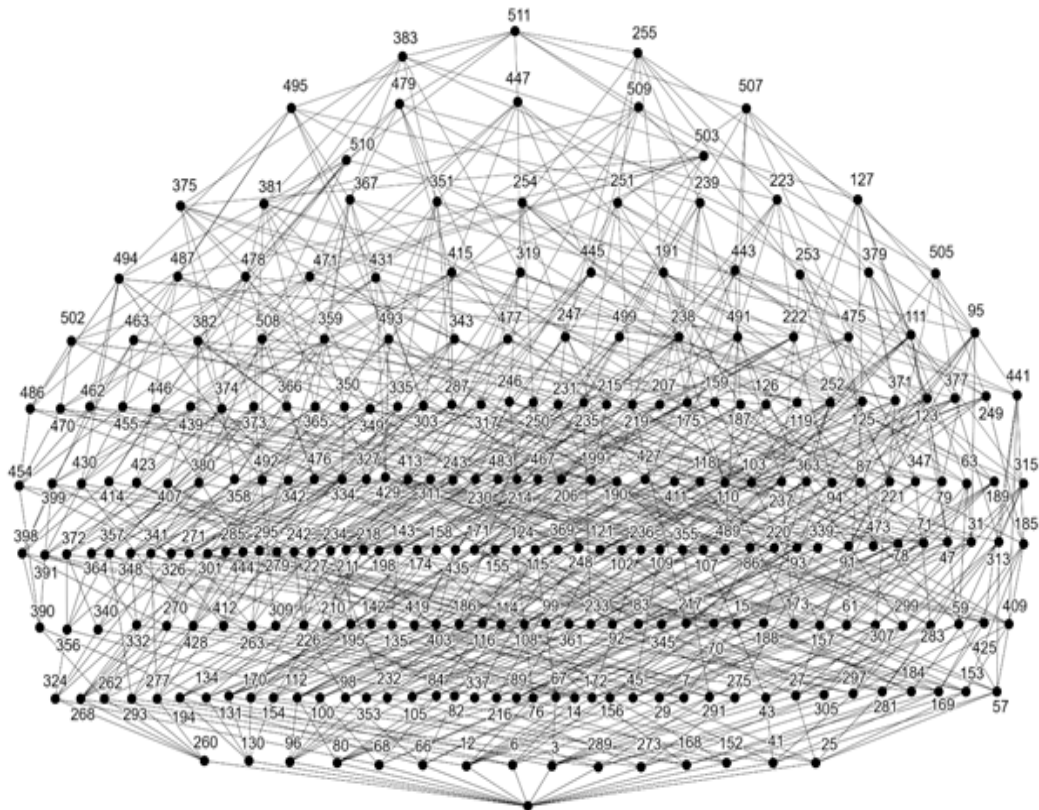


Рис. 3. Базисна решітка фактор-класу M_2/σ .

4. Висновок. У роботі наводиться повне описання всіх суміжних класів. Для побудови фактор-решітки класу M_2/σ були використані програмні результати, які наведені у таблицях 2, 3.

Список використаної літератури

1. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Дослідження сигнатурного кубу універсальних булевих алгебр. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика»*. 2020. Вип. 2(37), С. 157–167. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2\(37\).157-167](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2(37).157-167).
2. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Структура сигнатурного кубу булевих алгебр. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика»*. 2021. Вип. 1(38), С. 149–156. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.38\(1\).149-156](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.38(1).149-156)
3. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Базисна еквівалентність у класі універсальних булевих алгебр. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика»*. 2021. Вип. 2(39), С. 152–157. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39\(2\).152-157](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39(2).152-157)

Mych I. A., Nykolenko V. V., Vartsaba O. V., Dynys V. S. Algorithm construction of basic grating M_2 of class of Boolean algebra.

In this paper, the investigation of the basic grating of the algebra class M_2 has been continued. The basic gratings of a class M_2 can be constructed from the signature lattice of this class, and basic gratings are the factor lattice of the corresponding signature gratings. This paper presents an algorithm for constructing a basic lattice (factor lattice) of a class of algebras M_2 and provides complete information about the basic grating in the form of tables that indicate the location of adjacent classes and the edges that connect them.

Keywords: Boolean Algebra, factor-grating, Basic Equivalence.

References

1. Mych, I. A., Nykolenko, V. V., & Vartsaba, O. V. (2020). Investigation of signature cube of universal boolean algebra. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Ser. Of Mathematics and Informatics*, 2(37), 157–167. [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2017.1\(30\).79-86](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2017.1(30).79-86). [in Ukrainian].
2. Mych, I. A., Nykolenko, V. V., & Vartsaba, O. V. (2020). Structure of signature cube of Boolean algebra. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Ser. Of Mathematics and Informatics*, 1(38), 149–156. [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.38\(1\).149-156](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.38(1).149-156) [in Ukrainian].
3. Mych, I. A., Nykolenko, V. V., & Vartsaba, O. V. (2021). Basic equivalence in class universal boolean algebras. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Ser. Of Mathematics and Informatics*, 2(39), 152–157. [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39\(2\).152-157](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39(2).152-157) [in Ukrainian].

Одержано 15.04.2022