

УДК 004.89

DOI [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2022.41\(2\).163-170](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2022.41(2).163-170)**М. М. Шаркаді**

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»,
доцент кафедри кібернетики і прикладної математики,
кандидат економічних наук
marianna.sharkadi@uzhnu.edu.ua
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1850-996X>

НЕЧІТКІ МНОЖИНИ ДРУГОГО РОДУ

Сучасні інформаційні системи широко впроваджуються в сферу управління в соціально-економічних системах, як правило, використовують експертні знання, накопичені в різних сферах людської діяльності, що призводить до різного роду невизначеностей. При плануванні нових проектів аналітики стикаються з проблемою невизначеності, яка для кожної сфери проявляється по-різному. У загальному випадку, невизначеність — нестача впевненості, стан наявності обмежених знань, де неможливо точно описати майбутній результат або наявність великого числа можливих результатів. Побудова моделей прийняття рішень для задач із погано формалізованою інформацією можлива за допомогою використання теорії нечітких множин та побудови нечітких логічних систем. Засобом для вирішення вище описаних проблем можуть виступити нечіткі множини другого порядку, які і будуть більш детально описані в цій статті, оскільки введення нечіткості у функцію належності дозволяє наблизити нечітку модель до людського мислення та сприйняття.

Ключові слова: система управління, нечітка логіка, нечітка множина, функція належності, слід невизначеності.

1. Вступ. В умовах інтенсивної інформатизації суспільства, інформаційні технології широко впроваджуються в сферу управління в соціально-економічних системах.

Будь-якому рівню управління притаманні задачі прийняття рішень. Хоча ці завдання можна поділити за важливістю, складністю, пріоритетністю, але всі вони є вирішальними для успішного функціонування соціально-економічних об'єктів.

Сучасні інформаційні системи, як правило, використовують знання, накопичені дослідниками в різних сферах людської діяльності. Використання знань експертів у системах прийняття рішень, як правило, призводить до появи різних типів невизначеностей [1]. Одержувані знання дуже часто мають вигляд висловлювань людини, яка є фахівцем у певній галузі і яка в своїх міркуваннях робить спробу кількісно охарактеризувати якісні поняття та відношення.

Нечітка логіка дає можливість широкого використання експертних знань в системах управління, що дозволяє формалізувати якісні, семантично розпливчасті поняття та зв'язки. Невизначеність, яка присутня в задачах управління діяльністю будь-якого підприємства (фірми, банку), характеризується розмитістю думок і оцінок експертів, неповнотою і нечіткістю інформації про основні параметри та умови аналізованої задачі. Ця невизначеність створюється як з допомогою дій інших суб'єктів економіки, які переслідують власні інтереси, так і за рахунок неповноти наявної у підприємства інформації про економічну обстановку, що склалася. Таким чином, вона призводить до значного підвищення

складності завдань управління діяльністю підприємства та породжується безліччю факторів. Поєднання цих факторів на практиці створює широкий спектр різних видів невизначеності. Тому і виникає потреба використання методів, які дозволяють використовувати розмиті значення показників.

2. Виклад основного матеріалу. Побудова моделей прийняття рішень для задач, які є слабо формалізованими та оперують експертною інформацією, можлива завдяки використанню теорії нечітких множин та побудови нечітких логічних систем [2, 3].

Нечіткі системи мають низку переваг в порівнянні з іншими. Однією з них є можливість оперувати нечіткими вхідними даними (значеннями, які змінюються з часом, або значеннями, які не можуть бути задані однозначно). Також, з'являється можливість нечіткої формалізації критеріїв оцінювання та порівняння (оперуючи такими критеріями, як «більшість», «можливо», «переважно», ...). Оперування не тільки даними, але і ступенем їх достовірності. Нечіткі системи дають можливість швидкого моделювання складних динамічних систем та їх порівняння із заданим ступенем точності.

Для формалізації знань, які отримують від експерта чи групи експертів, за допомогою нечітких множин, необхідні процедури побудови відповідних функцій належності. Ці процедури є найважливішим етапом у задачах прийняття рішень, тому що якість рішень залежить від того, наскільки адекватно побудована функція належності відображає знання експерта або експертів. Використання апарату теорії нечітких множин для автоматичної формалізації знань ставить перед дослідником завдання вибору типу нечіткої множини для побудови функцій належності та нечіткої моделі, яка відповідатиме обраному типу нечіткої множини.

Питання побудови функцій належності є одним із основних у нечіткій логіці, якому присвятили свої праці багато вчених, починаючи з засновника цього напрямку науки Л. Заде. У теорії нечітких множин функція належності відіграє значну роль, оскільки вона є основною характеристикою нечіткого об'єкта, і всі дії з нечіткими об'єктами виконуються через операції з їх функціями належності. Визначення функції належності — це перша і дуже важлива стадія, що дозволяє потім оперувати з нечіткими множинами. Як правило, функція належності будується або на основі статистичної інформації, або за участю експерта (групи експертів). У першому випадку функція належності повинна мати частотну інтерпретацію, у другому випадку ступінь належності приблизно дорівнює інтенсивності прояву деякої властивості.

Залежно від ступеня нечіткості нечітких множин, який враховується при побудові нечіткої моделі, розрізняють нечіткі моделі типу 1, загальні моделі типу 2 та інтервальні типу 2 [3].

Нечіткі моделі типу 1, які базуються на нечітких множинах першого порядку, використовують функції належності з чіткими значеннями ступенів належності і дають на виході лише чітке (точкове) значення.

Для вирішення конкретних практичних проблем Лотфі Заде запропонував зручну інтерпретацію нечіткої множини типу 1:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, 0 \leq \mu_A(x) \leq 1\}$$

де X — універсальна множина, а $\mu_A(x)$ — функція належності елемента x мно-

жині A , яка є підмножиною універсальної множини.

На основі нечітких множин першого порядку розроблено різні моделі та алгоритми прийняття рішень в умовах невизначеності, зокрема модель оцінки ефективності інвестиційних проектів [4]. Аналіз таких методів і моделей показує, що досить часто вони не забезпечують отримання повністю достовірних рішень з огляду на недостатньо обґрунтований вибір параметрів моделювання, а пошук ефективних рішень супроводжується значними тимчасовими витратами через необхідність виконання багаторазових реалізацій використовуваних методів, моделей і алгоритмів з метою вибору оптимальних параметрів

Нечіткі загальні та інтервальні моделі типу-2 базуються на нечітких множинах другого порядку.

Поняття нечітких множин другого порядку (fuzzy sets type-2) було дано основоположником нечіткої логіки Л. Заде в 1975 р. Під нечіткими множинами другого порядку розумілися «нечіткі» множини, у яких ступінь належності — це нечітка множина першого порядку.

У роботі [5] Мендель і Джохан запропонували зручне для практичного застосування визначення нечіткої множини другого порядку:

$$\tilde{A} = \{((x, u), \mu_A(x, u)) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0, 1]\}$$

де X — універсальна множина, а $\mu_A(x, u)$ — множина функцій належності, що характеризують ступінь належності елементів x (третій вимір, що характеризує вторинну функцію приналежності) множині A .

Якщо \tilde{A} неперервна, це можна представити так:

$$\tilde{A} = \left\{ \iint_{x \in X} \left[\iint_{u \in J_x \subseteq [0, 1]} f_x(u)/u \right] / x \right\}$$

де \iint позначає об'єднання x і u .

Якщо \tilde{A} дискретна, то для представлення використовується формула:

$$\tilde{A} = \left\{ \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^N \left[\sum_{k=1}^{M_1} f_{x_i}(u_{ik})/u_{ik} \right] / x_i \right\}$$

де $\sum \sum$ позначає об'єднання x і u .

Розрізняють загальні та інтервальні нечіткі множини другого порядку. Особливості кожного виду будуть розглянуті нижче.

Наприкінці двадцятого століття в [6] було дано опис нечіткої множини другого порядку з використанням нижньої та верхньої функцій належності (membership function, MF). Кожна з цих функцій може бути представлена у вигляді нечіткої множини першого порядку. Інтервал між цими двома функціями є слід невизначеності (footprint of uncertainty, FOU) [5], який і є головною характеристикою нечіткої множини другого порядку (НМ-2). Слід невизначеності — це розмивання функції належності першого порядку, який повністю описується двома її обмежуючими функціями: нижньою функцією належності (НФН — LMF) та верхньою функцією належності (ВФН — UMF), кожна з яких є нечіткою множиною першого порядку (НМ-1) (рис. 1).

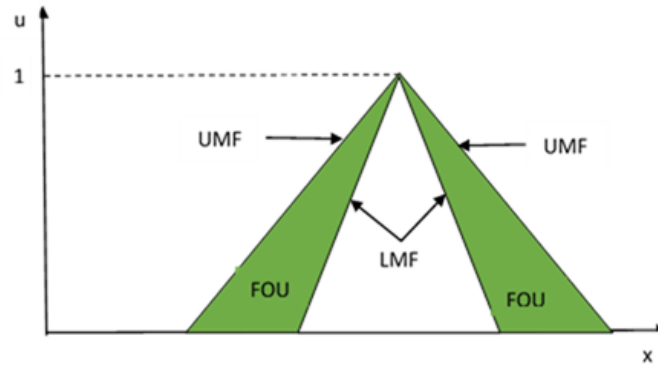


Рис. 1. Функція належності типу-2.

Введення нечіткості у функцію належності дозволяє наблизити нечітку модель до людського мислення та сприйняття. Люди по-різному сприймають реальність; те саме слово може мати різне значення для різних людей. Особливо це стосується висловлювань для оцінювання. Тому необхідно виключити однозначну відповідність значення ступеня функції належності за рахунок зняття обмежень при заданні ступеню невизначеності кожного значення інтервалу. При заданні експертом ступенів належності таким чином зменшується ризик накопичення помилок через невключення сумнівних точок, які розташовані біля границь функції.

Одним із основних завдань є визначення величини сліду невизначеності, оскільки це впливає на точність моделі та час виконання розрахунків комп'ютерною системою. Очевидно, що розмір сліду невизначеності залежить від типу застосованих функцій належності.

Функція належності загальної нечіткої множини другого порядку представлена в 3-вимірній моделі на рисунку 2, де третім виміром функції належності в кожній точці 2-мірної області є так званий слід невизначеності (FOU).

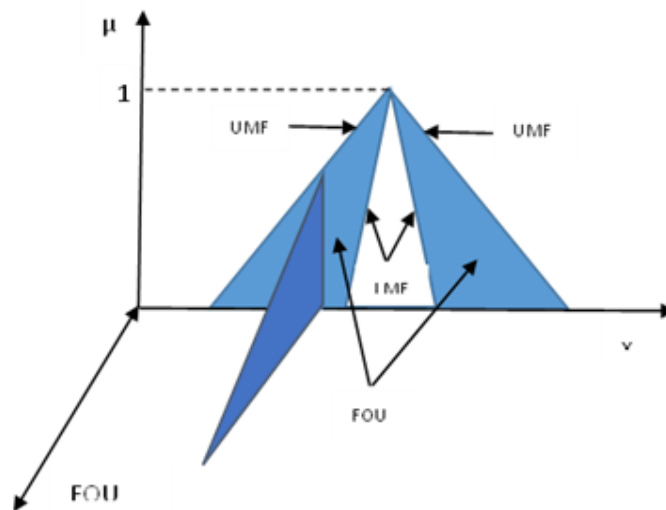


Рис. 2. Слід невизначеності нечіткої множини типу 2.

Слід невизначеності — це розмивання функції належності першого порядку,

який повністю описується двома її обмежувачими функціями (рис. 1): нижньою функцією належності (LMF) і верхньою функцією належності (UMF), кожна з яких є нечіткою множиною першого порядку.

Теоретично вибір типу функції належності необмежений. Можливе використання будь-якої функції. Однак найбільш часто використовуваними функціями належності для нечітких множин типу 2 є: гауссові, трикутні, трапецієвидні та дзвіноподібні.

Також розрізняють невизначеності різних типів при побудові функцій належності в нечітких системах, а саме інтраневизначеність та інтерневизначеність. Інтраневизначеність виникає внаслідок недостатньої кількості знань або нечіткої оцінки експерта. Інтерневизначеність виникає внаслідок різних оцінок декількох експертів. Інтраневизначеність можна описати за допомогою нечіткої множини другого порядку, а інтерневизначеність — об'єднанням декількох НМ-2. [7].

Нечіткі множини другого порядку характеризуються розмитістю меж функції належності (ФН) і способом розподілу ступенів належності значенням аргументів. Розмиття меж є першим кроком у переході від нечітких множин типу 1 до нечітких множин типу 2. На другому етапі потрібно вибрати тип функції належності, як ми робимо для нечітких множин типу 1.

Розрізняють два різновиди ФН-2. Якщо для будь-якого значення аргументу із універсуму на всьому інтервалі, від нижнього ступеня належності до верхнього, значення ФН-2 незмінне, тоді цей вид ФН-2 — уніфікований (однорідний). Нечітка множина з таким різновидом ФН-2 називається інтервальною нечіткою множиною другого порядку (ІНМТ-2).

Інтервальні нечіткі моделі типу 2 використовують функції належності, що будуються на основі нечітких множин з інтервальними значеннями ступенів належності (рис. 3), де:

x — первинна змінна;

$J_{x'}$ — первинна функція належності;

u — вторинна змінна;

$\mu_{\tilde{A}}(x')$ — вторинна функція належності.

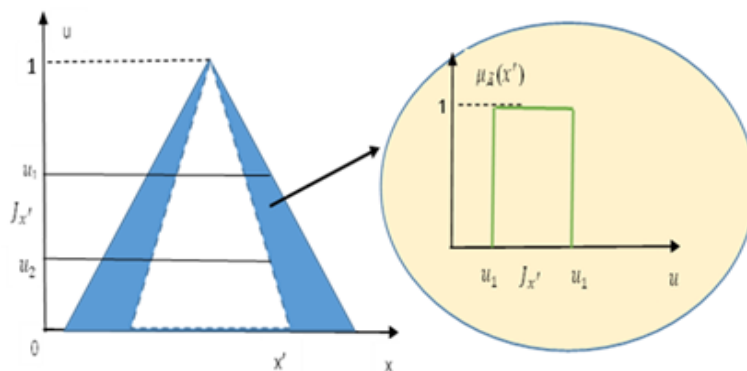


Рис. 3. Інтервальна нечітка множина другого порядку.

Ці моделі, на відміну від нечітких моделей типу 1, дають на виході точкові та інтервальні значення. Вони достатньо ефективно обробляють різні види невизначеностей та потребують істотно менше обчислювальних затрат, ніж загальні

нечіткі моделі типу 2. Наприклад, у працях [6–8] наведені приклади використання інтервальних функцій належності для розв'язання прикладних задач.

Якщо для будь-якого значення аргументу з універсуму на вказаному інтервалі значення ФН-2 змінюється, то нечітка множина з таким типом ФН-2 називається нечіткою множиною другого порядку загального вигляду.

Функцію належності другого порядку в загальному (неоднорідному) вигляді можна задати за допомогою:

- характеристики типу 1 (первинна змінна та функція належності);
- характеристики типу 2 (вторинна змінна та функція належності).

Характеристики типу 2 задають параметри вертикального перерізу функції належності другого порядку (рис. 4).

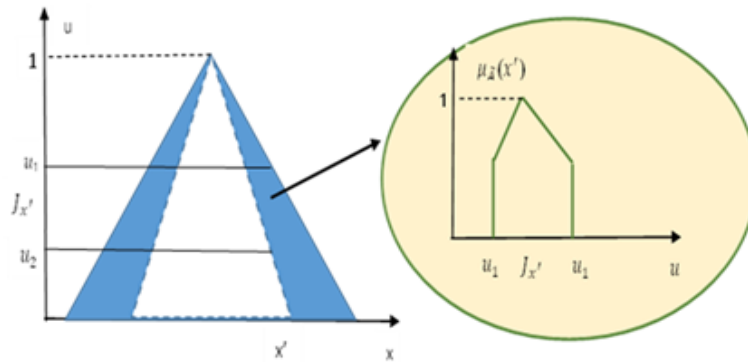


Рис. 4. Загальна нечітка множина другого порядку.

На рисунку 4 показано основні характеристики функції належності другого порядку в загальному (неоднорідному) вигляді:

x – первинна змінна;

$J_{x'}$ – первинна функція належності;

u – вторинна змінна;

$\mu_{\tilde{A}}(x')$ – вторинна функція належності.

Неоднорідний тип функції належності другого порядку використовується не дуже часто через дорогі обчислення, хоча він має велику кількість ступенів свободи. Тому експертні системи здебільшого базуються на інтервальному типі нечітких множин другого порядку. Вони дозволяють використовувати всі засоби інтервальних обчислень і мають широкий спектр практичного застосування.

3. Висновки. Актуальними в сучасних умовах стають системи управління, які здатні ефективно моделювати та відображати процеси та об'єкти, що мають великий вплив на досягнення цілей управління.

На основі методів нечіткої логіки можна проектувати автоматизовані системи керування, які здатні ефективно функціонувати за наявності інформації про об'єкт керування, яка має якісний характер. Тому при розробці складних для формалізації систем управління доцільно застосовувати моделі та методи, засновані на принципах нечіткої логіки.

При математичному моделюванні невизначеності велике теоретичне і практичне значення має теорія нечітких множин. Під нечіткими системами в основному розуміють нечіткі системи управління. Залежність між вхідними та вихідними змінними системами може мати нелінійний характер, заздалегідь не

відомий. Нечіткі системи дозволяють дати правильну апроксимацію для широкого класу таких залежностей. Зрозуміло, що універсальними апроксиматорами є і нечіткі системи типу 2, оскільки це більш широкий клас систем, ніж нечіткі системи типу 1. Розвиток теорії нечітких систем типу 2 і застосування цієї теорії є перспективним науковим напрямом.

Список використаної літератури

1. Нариньяни А. С. Недоопределенность в системе представления и обработки знаний. *Техническая кибернетика*. 1986. № 5. С. 3–28.
2. Zadeh L. A. Fuzzy sets as a basis for theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems 100 Supplements*. 1999. P. 9–34.
3. Mendel J. M., John R. I., Liu F. Interval type-2 fuzzy logic systems made simple. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 2006. Vol. 14. No. 6. P. 808–821.
4. Polishchuk V., Kelemen M., Wloch I., Polishchuk A., Sharkadi M. and Mlavets Yu. Conceptual Model of Presentation of Fuzzy Knowledge. II International Scientific Symposium “Intelligent Solutions”. 2021. Vol. 1. P. 1–12.
5. Mendel J. M., John R. I. B. Type-2 Fuzzy Sets Made Simple. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2002. 10/2. P. 117–127.
6. Karnik N. N., Mendel J. M., Liang Q. Type-2 Fuzzy Logic Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 1999. Vol. 7. No. 6. P. 643–658.
7. Mendel J. Fuzzy sets for words: a new beginning. *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ’03*. 2003. 1. P. 37–42. DOI: <https://doi.org/10.1109/FUZZ.2003.1209334>
8. Кондратенко Н. Р., Зелінська Н. Б., Куземко С. М. Нечіткі логічні системи з врахуванням пропусків в експериментальних даних. *Наукові вісті НТУУ “КПІ”*. 2004. № 5. С. 37–41.
9. Кондратенко Н. Р., Чеборака О. В. Дослідження можливостей узагальнювальної інтервальної типу-2 нечіткої моделі для прогнозування часових послідовностей. *Вісник Вінницького політехн. ін-ту*. 2008. № 6. С. 22–27.
10. Zeng J., Liu Z. Q. Type-2 fuzzy sets for pattern classifications: A review. *Proc. IEEE Symposium FOCI*. 2007. P. 193–200.

Sharkadi M. M. Fuzzy Sets of the Second Kind.

Modern information systems are widely introduced into the sphere of management in socio-economic systems, as a rule, use expert knowledge accumulated in various spheres of human activity, which leads to various kinds of uncertainties. When planning new projects, analysts are faced with the problem of uncertainty, which manifests itself differently for each area. In general, uncertainty is a lack of confidence, a state of limited knowledge, where it is impossible to accurately describe the future result or the presence of a large number of possible results. Building decision-making models for problems with poorly formalized information is possible through the use of fuzzy set theory and the construction of fuzzy logical systems. The means to solve the problems described above can be fuzzy sets of the second order, which will be described in more detail in this article, since the introduction of fuzziness into the membership function allows us to bring a fuzzy model closer to human thinking and perception.

Keywords: management system, fuzzy logic, fuzzy set, membership function, footprint of uncertainty.

References

1. Narinyani, A. (1986). Nedoopredelennost v sisteme predstavleniya i obrabotki znaniy. [Uncertainty in the system of representation and processing of knowledge], *Technical Cybernetics*, 5, 3–28 [in Russian].
2. Zadeh, L. (1999). Fuzzy sets as a basis for the theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems 100 Supplements*, 9–34.
3. Mendel, J., John, R., & Liu, F. (2006). Interval type-2 fuzzy logic systems made simple. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 14(6), 808–821.

4. Polishchuk, V., Kelemen, M., Włoch, I., Polishchuk, A., Sharkadi, M., & Mlavets, Yu. (2021). Conceptual Model of Presentation of Fuzzy Knowledge. *II International Scientific Symposium "Intelligent Solutions"*, 1, 1–12.
5. Mendel, J., & John, R. (2002). Type-2 Fuzzy Sets Made Simple. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10/2, 117–127.
6. Karnik, N., Mendel, J., & Liang, Q. (1999). Type-2 Fuzzy Logic Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 7(6), 643–658.
7. Mendel, J. (2003). Fuzzy sets for words: a new beginning. *The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ'03*, 1, 37–42. <https://doi.org/10.1109/FUZZ.2003.1209334>
8. Kondratenko, N., Zelinskaya, N., & Kuzemko, S. (2004). Fuzzy logic systems taking into account gaps in experimental data. *Scientific Bulletin of NTUU "KPI"*, 5, 37–41 [in Ukrainian].
9. Kondratenko, N., & Cheboraka, O. (2008). Investigation of the possibilities of generalizing interval type-2 fuzzy model for forecasting time sequences. *Bulletin of Vinnytsia Polytechnic. in-tu.*, 6, 22–27 [in Ukrainian].
10. Zeng, J., & Liu, Z. (2007). Type-2 fuzzy sets for pattern classifications: A review. *Proc. IEEE Symposium FOCI*, 193–200.

Одержано 08.10.2022