УДК 519.87:519.71:519.17
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42(1).208-215

Д. І. Симонов

Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України,
молодший науковий співробітник, відділ мікропроцесорної техніки,
denys.symonov@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6648-4736

КОНКУРЕНТНІ МОДЕЛІ РОЗМІЩЕННЯ ЦЕНТРІВ ОБСЛУГОВУВАННЯ КЛІЄНТІВ

Стаття присвячена розв'язанню задачі розміщення центрів обслуговування клієнтів з метою мінімізації виробничих, транспортних та інвестиційних витрат. Розглянуто два класи моделей: модель простої задачі розміщення та модель пошуку рішення на конкурентному ринку. Перший клас задач є NP-складним для пошуку точного рішення, який базується на припущенні, що витрати на відкриття об'єктів залежать від їхнього майбутнього розміщення, а інвестиційний бюджет не є обмеженням. Другий метод – це удосконалення першого класу задач шляхом надання можливості враховувати при пошуку оптимального рішення додаткові параметрів, що надає більш якісну інформацію для прийняття рішень на конкурентному ринку з урахуванням інтересів усіх зацікавлених сторін.

На відміну від наявних методів, для спрощення складності задач запропоновано еквівалентний метод розв'язання. Суть нового методу полягає в перетворенні задачі в псевдобулієву модель, що дає змогу розв'язувати задачу розміщення з поліноміальною трудомісткістю. Запропонований метод еквівалентного перетворення можна використовувати для розв'язання як задач першого класу, так і задач багатокритеріальної оптимізації розміщення.

Модель буде корисна для інвестиційних менеджерів та компаній, що планують вихід на нові ринки, у тому числі для легкої адаптації під уведення нових критеріїв цільової функції та обмежень. Роботу еквівалентної моделі було продемонстровано та доведено на прикладі.

Ключові слова: проста задача про розміщення, задача про розміщення об'єктів на конкурентному ринку, псевдобулієва функція, межа вартості оптимального рішення задачі.

1. Вступ. Задача розміщення пов'язана з вирішенням головного питання – балансу потреб споживання та пропозиції. Організація, що надає послуги або продає товар, одночасно є споживачем іншого товару або послуг у ланцюзі постачання від виробника до споживача. Максимальне наближення до споживача може негативно впливати на можливість функціонування оптимального логістичного каналу, що негативно впливає на собівартість і, як результат, на конкурентоспроможність організації на ринку [1]. Особливістю задач розміщення є те, що прийняте рішення має довгострокові наслідки в мінливому середовищі, багато даних, що використовувалися в процесі прийняття рішення про обрання місця розміщення, будуть невизначеними в майбутньому, особливо ті, що стосуються попиту та уподобання клієнтів [2]. Більшість об'єктів залишаються там, де вони спочатку були розміщені.

Задача розміщення спрямована на пошук рішення щодо мінімізації витрат, пов'язаних з інвестиціями у відкриття об'єкту, логістики, виробничих витрат, спрощення доступності для клієнтів, зниження ризиків і конкуренції [3], наявність у регіоні кваліфікованого персоналу та інше. Метою задачі оптимізації є пошук балансу між вимогами та очікуваннями як клієнтів [4], які мають різні інтереси залежно від сегментів [5], так й інвесторів. Незважаючи на важливість зазначених факторів, більшість стандартних методів пошуку оптимального місця розміщення їх не враховують при пошуку рішення. Це акцентує увагу на важливості побудови багатокритеріальних моделей пошуку рішення про розміщення, у які особа, що приймає рішення, може додати будь-які додаткові критерії.

Важливим аспектом задачі пошуку місця розміщення є моделювання взаємовідносин конкурентів, що функціонують у певній зоні обслуговування клієнтів, тобто передбачити поведінку лідера на ринку для захисту своїх інтересів від нових гравців; моделювання поведінки споживачів на імовірнісні дії постачальників-конкурентів [6].

2. Основний результат. Завдання цієї статті — запропонувати метод спрощення пошуку рішення для NP-складних задач розміщення [7]; запропонувати інструмент для застосування додаткових змінних у математичній моделі задачі про розміщення, що, на думку ОПР, мають можливість впливати на якість рішення про розміщення ЦОК; забезпечити простоту інтерпретації отриманих результатів користувачами без додаткових вимог до рівня їх компетенцій та зберігаючи надійність і точність аналізу за допомогою математичного моделювання.

3. Виклад основного матеріалу.

Проста задача про розміщення об'єктів

Припустимо, що особа, що приймає рішення (ОПР), приймає рішення про відкриття центрів обслуговування клієнтів (ЦОК) без врахування додаткової інформації про розміщення ЦОК конкурентів. ОПР припускає, що має можливість зробити максимально можливу конкурентну пропозицію для своїх майбутніх клієнтів, тобто [8]:

$$\min \left\{ p_{ij} \in P | p_{ij} = \int\limits_{0}^{p^{\max}} c_{ij} \cdot f(D) dD, i \in I, j \in J \right\}, \tag{1}$$

де p_{ij} — ціна, за якою надаються послуги або товари клієнту; вона є конкурентною і влаштовує споживача; $p^{\max}$ — максимальна ціна на певний товар у доступних для клієнта ЦОК; c_{ij} — собівартість товару або послуги; $f(D)$ — функція попиту.

Враховуючи (1), можна зробити висновок, що для забезпечення конкурентного існування організація повинна мати коридор можливостей для обрання ціни $c_{ij} \le p_{ij} \le p^{\max}$. Задача вибору місця розміщення ЦОК полягає в пошуку множини $S \subseteq I$, яка задовольняє умови конкурентного існування, тобто $S^* \in \arg\min \{f(S) | \emptyset \subset S \subseteq I\}$. Цільову функцію вибору місця розміщення ЦОК можна записати так [9]:

$$f(S) = \min \left\{ \sum_{i \in S} d_i + \sum_{j \in J} \min \{c_{ij} | i \in S\} \right\}, \tag{2}$$

де d_i — розмір інвестицій, необхідних для відкриття ЦОК у певному місці розміщення x_i, $d_i \ge 0$.

Задачу розміщення ЦОК можна переформулювати таким чином: «визначити таку підмножину вершин $x_i \in X$ графа $G = (X, A)$, де — множина дуг графа, для якої значення $f(S)$ мінімальне, тобто задовольняє критерії оптимальності $f(S)$, визначені ОПР, тобто $f(S) \leq f^{opt}(S)$».

Сформульована задача простого розміщення ЦОК є NP-складним завданням, тому доцільно розглянути її еквівалентний варіант, що спростить пошук рішення.

Нехай існує вектор $\tilde{x}_i$, для якого $\left\{\tilde{x}_i \in X | \tilde{x}_1 \leq \tilde{x}_2 \leq \ldots \leq \tilde{x}_n,\ i = \overline{1,n}\right\}$ є результатом сортування значень x_i. Якщо припустити існування бінарного вектору $\tau_i \in \{0,1\}$, $\tau_i \neq \{1,\ldots,1\}$, то можна отримати такі нерівності визначення максимального та мінімального значення $\tilde{x}_i$ [10–11]:

$$\min_{i|\tau_i=0} \{\tilde{x}_i\} = \tilde{x}_0 + \sum_{l=1}^{n-1} (\tilde{x}_{l+1} - \tilde{x}_l) \cdot \prod_{l=1}^{n-1} \tau_{i_l^j},\ 1 \leq l \leq n, \tag{3}$$

$$\max_{i|\tau_i=0} \{\tilde{x}_i\} = \tilde{x}_n - \sum_{l=1}^{n-1} (\tilde{x}_n - \tilde{x}_l) \cdot \prod_{l=1}^{n-1} \tau_{i_l^j},\ 1 \leq l \leq n. \tag{4}$$

Виконаємо ітераційне сортування рядків $i_1^j, i_2^j, \ldots, i_n^j$ стовпців матриці $C = \{c_{ij}\}$ за умови, що отримаємо $c_{i_1^j} \leq c_{i_2^j} \leq \ldots \leq c_{i_n^j}$.

Відповідно просту задачу розміщення ЦОК можна сформулювати так:

$$f(\tau) = \sum_{i \in I} f_i (1 - \tau_i) + \sum_{j \in J} \left(c_{i_1^j} + \sum_{l=1}^{n-1} \left(\left(c_{i_{l+1}^j} - c_{i_l^j} \right) \cdot \prod_{l=1}^{n-1} \tau_{i_l^j} \right) \right), \tag{5}$$

за умов:

$$\tau_i^* = 0 \ \Leftrightarrow\ i \in S,\ S \subseteq I, \tag{6}$$

$$\tau_i \in \{0,1\},\ \tau \neq (1,\ldots,1),\ i = \overline{1,n},\ 1 \leq l \leq n. \tag{7}$$

Приклад 1. *Інвестору потрібно обрати місце розміщення ЦОК з декількох ділянок x_i, що знаходяться в трьох районах міста f_i (рисунок 1).*

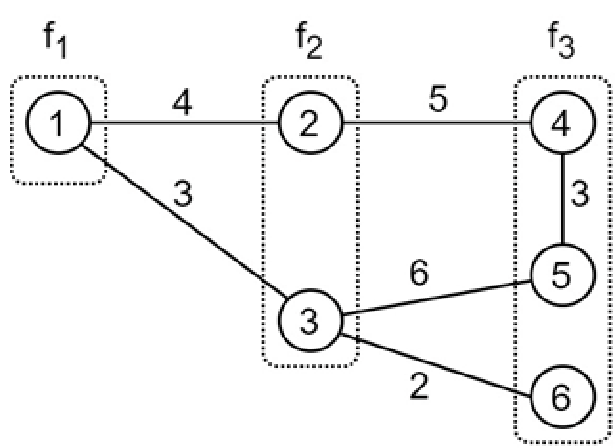

Рис. 1. Мапа імовірнісних місць розміщення ЦОК.

Обсяг необхідних інвестицій $d_i = (30, 20, 20, 10, 10, 10)^T$, очікувані витрати представлені матрицею витрат c_{ij}.

$$c_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 3 & 9 & 9 & 5 \\ 4 & 0 & 7 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 0 & 9 & 6 & 2 \\ 9 & 5 & 9 & 0 & 3 & 11 \\ 9 & 8 & 6 & 3 & 0 & 8 \\ 5 & 9 & 2 & 11 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$$

Виконаємо сортування матриці з метою отримати такий порядок: $c_{i_1^j} \leq \leq c_{i_2^j} \leq \ldots \leq c_{i_n^j}$.

$$c_{ij}^{sort} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 3 & 5 & 6 & 5 \\ 5 & 7 & 6 & 9 & 8 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 9 & 8 & 9 \\ 9 & 9 & 9 & 11 & 9 & 11 \end{vmatrix}, \quad \tau_i^{sort} = \begin{vmatrix} \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_4 & \tau_5 & \tau_6 \\ \tau_3 & \tau_1 & \tau_6 & \tau_5 & \tau_4 & \tau_3 \\ \tau_2 & \tau_4 & \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_1 \\ \tau_6 & \tau_3 & \tau_5 & \tau_1 & \tau_2 & \tau_5 \\ \tau_4 & \tau_5 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_6 & \tau_2 \\ \tau_5 & \tau_6 & \tau_4 & \tau_6 & \tau_1 & \tau_4 \end{vmatrix}.$$

Наведені матриці c_{ij}^{sort} і τ_i^{sort} мають декілька варіантів, які необхідно розглянути для отримання оптимального рішення, бо $c_{45}^{sort} = c_{55}^{sort}$ та $c_{44}^{sort} = c_{54}^{sort}$.

Розрахуємо значення матриці $\{\tilde{x}_{ij}\}$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix},$$

Відповідно для прикладу, що розглядається, рівняння (5) буде мати такий вигляд:

$$\begin{gathered} f(\tau) = 30(1-\tau_1) + 20(1-\tau_2) + 20(1-\tau_3) + 10(1-\tau_4) + 10(1-\tau_5) + 10(1-\tau_6) + \\ +0 + 3\cdot\tau_1 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_3 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3 + 4\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 0\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_6 + \\ +0 + 4\cdot\tau_2 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_2 + 2\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_4 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + \\ +0 + 2\cdot\tau_3 + 1\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 3\cdot\tau_1\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_3\cdot\tau_5\cdot\tau_6 + 2\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_5\cdot\tau_6 + \\ +0 + 3\cdot\tau_4 + 2\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 4\cdot\tau_2\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 0\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 2\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + \\ +0 + 3\cdot\tau_5 + 3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 0\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5\cdot\tau_6 + \\ +0 + 2\cdot\tau_6 + 3\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 3\cdot\tau_1\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_3\cdot\tau_5\cdot\tau_6 + 2\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_5\cdot\tau_6. \end{gathered}$$

Якщо спростити вираз, то отримаємо:

$$\begin{gathered} f(\tau) = 100 - 27\tau_1 - 16\tau_2 - 18\tau_3 - 7\tau_4 - 7\tau_5 - 8\tau_6 + \tau_1\cdot\tau_2 + \tau_1\cdot\tau_3 + \\ +5\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 4\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3 + 2\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_4 + 6\cdot\tau_1\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + \\ +4\cdot\tau_2\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + 4\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_6 + 1\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4 + \\ +2\cdot\tau_1\cdot\tau_3\cdot\tau_5\cdot\tau_6 + 3\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5 + \\ +4\cdot\tau_1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_5\cdot\tau_6 + 1\cdot\tau_2\cdot\tau_3\cdot\tau_4\cdot\tau_5\cdot\tau_6. \end{gathered}$$

Як можна побачити з рівняння, нова задача має меншу розмірність, але є еквівалентною початковому завданню.

Проаналізуємо отримані результати з урахуванням таких умов: якщо $f_i(\tau) \geq 0$, то існує оптимальне рішення; якщо $f_i(\tau) + c_i \leq 0$, то оптимальне рішення не існує.

Зведемо результат розрахунку до таблиці 1.

Таблиця 1.

Зведена таблиця розрахунків прикладу 1.

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$f_i(\tau)$	-27	-16	-18	-7	-7	-8
$\sum c_i$	25	21	29	18	21	21
$f_i(\tau) + \sum c_i$	-2	5	11	11	14	13

Як можна побачити з наведеної таблиці, оптимальним рішенням розміщення ЦОК серед зазначених на рисунку 1 варіантів є розміщення в x_2.

Розглянемо член рівняння з найбільшим коефіцієнтом $4 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6$. Припустимо, що $\tau_1 = \tau_2 = \tau_5 = \tau_6 = 1$ і $\tau_3 = \tau_4 = 0$. Значення верхньої межі вартості оптимального рішення задачі простого розміщення буде:

$$f^{UB}(\tau) = 100 - 27\tau_1 - 16\tau_2 - 7\tau_5 - 8\tau_6 + \tau_1 \cdot \tau_2 = 100 - 27 - 16 - 7 - 8 + 1 = 43.$$

Виконаємо оцінку задачі при $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_5 = \tau_6 = 1$ і $\tau_4 = 0$.

$$\begin{gathered} f^m(\tau) = 100 - 27\tau_1 - 16\tau_2 - 18\tau_3 - 7\tau_5 - 8\tau_6 + \tau_1 \cdot \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_3 + 4 \cdot \tau_3 \cdot \tau_6 + \\ +1 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 + 6 \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_6 + 4 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_6 + 2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 + \\ +4 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 \cdot \tau_5 \cdot \tau_6 = 100 - 27 - 16 - 18 - \\ -7 - 8 + 1 + 1 + 4 + 1 + 6 + 4 + 2 + 4 = 47. \end{gathered}$$

Як можна побачити з розрахунку $f^m(\tau)$ і $f^{UB}(\tau)$, діапазон для оптимізації $\varepsilon = f^m(\tau) - f^{UB}(\tau)$ знаходиться в межах 10 відсотків ($\varepsilon = \frac{47-43}{43} = 9{,}3\%$), що є показником достатньо якісного рішення – обрати в ролі місця для розміщення ЦОК в x_2, але остаточне рішення приймає ОПР.

Задача про розміщення об'єктів на конкурентному ринку

Розглянемо задачу вибору місця розміщення ЦОК на конкурентному ринку. На момент прийняття рішення про відкриття ЦОК на ринку вже функціонує компанія-лідер E_1, яка відкрила власні ЦОК. Відповідно на ринку функціонує множина ЦОК $E = \{E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_k\}$, з якої клієнт обирає постачальника товарів або послуг. Розміщення ЦОК відбувається за принципом $\left\{S_g \subseteq I | g = \overline{1,l}\,, S_g \cap S_g = \emptyset, \ldots, S_{l-1} \cap S_l = \emptyset\right\}$. Оскільки умовами задачі передбачено розподіл на «лідера» та «нового гравця», то доцільно зробити припущення про певну перевагу в бік лідера.

Визначимо змінні для:

I лідера: $e_i^g = \begin{cases} 1, \ O : I >: x_i \neq 0 \\ 0, \ O : I >: x_i = 0 \end{cases}, \ e_i^1 \in E_1, \ i = \overline{1,n}, \ g = 1,$

II нового гравця: $e_i^g = \begin{cases} 1, \ O : I >: x_i \neq 0 \\ 0, \ O : I >: x_i = 0 \end{cases}, \ e_i^g \in E_g, \ i = \overline{1,n}, \ g = \overline{2,k},$

III клієнта: $y_j = \begin{cases} 1, \ O : I >: y_j \to e_i^1 \\ 0, \ O : I >: y_j \to e_i^g \end{cases}, \ j \in J.$

Пошук оптимального рішення базується на припущенні, що «оптимум» в задачі розміщення для лідера може тільки зростати, а в конкурентів тільки зменшуватися. Це припущення накладає ряд обмежень для ОПР, які можна усунути за допомогою введення додаткових змінних.

Цільову функцію діяльності кожної з організацій на конкурентному ринку можна записати у вигляді багатокритеріальної задачі:

$$\begin{cases} \max\limits_{x_i \in S_g} \left\{ \sum\limits_{i=1}^{u} p_{ij} \cdot y_j \left(x_i^g\right) \right\}, \ i = \overline{1, u}, \ 1 \le u \le n, \\ \max\limits_{x_i \in S_g} \left\{ \sum\limits_{i=n-u}^{n} p_{ij} \cdot y_j \left(x_i^g\right) \right\}, \ i = \overline{n-u, n}, \end{cases} \tag{8}$$

за умови:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^g \le \sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{9}$$

$$p_{ij} \ge c_{ij}, \ e_i^g \in \{0, 1\}, \ i \in I, \ j \in J, \ x_i \ge 0. \tag{10}$$

Багатокритеріальну задачу розміщення можна спростити за допомогою псевдобулієвої функції (дивись задачу простого розміщення). Якщо $y_j^* = \prod_{i \in I_j(x)} (1 - e_i^g)$, то цільову функцію можна записати для лідера так:

$$\max \left\{ \sum_{j \in J} p_{ij} \cdot \prod_{i \in I_j(x)} (1 - e_i^g(x_i)) \right\}, \tag{11}$$

за умови,

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^g \le \sum_{i=1}^{n} x_i, \tag{12}$$

$$e_i^g \in \{0, 1\}, \ g = 1, \ i \in I, \ j \in J, \ x_i \ge 0, \tag{13}$$

для наступного гравця:

$$\max \left\{ \sum_{j \in J} p_{ij} \cdot \left(1 - \prod_{i \in I_j(x)} \left(1 - e_i^1\right) \right) \right\}, \tag{14}$$

за умови,

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^g \le \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1} e_i^1, \tag{15}$$

$$e_i^1 + e_i^2 \le 1, \tag{16}$$

$$e_i^g \in \{0, 1\}, \ g = 2, \ i \in I, \ j \in J, \ x_i \ge 0, \tag{17}$$

Для наступних гравців розрахунок оптимального рішення розміщення є схожим на пошук рішення для «другого гравця», але в ролі обмежень додаються точки розміщення «лідера» та «другого гравця», тобто наступний гравець впорядковує множину місць імовірного розміщення ЦОК з урахуванням вільного простору.

4. Висновки та перспективи подальших досліджень. У роботі розглянуто два класи моделей для вирішення проблеми розміщення ЦОК: модель SPLP та модель пошуку на конкурентному ринку. Перший клас задач є NP-складним для пошуку точного рішення; з метою його спрощення було запропоновано еквівалентний метод розв'язування. Другий метод надає можливість розв'язувати задачу розміщення на конкурентному ринку з урахуванням інтересів усіх зацікавлених сторін та вводити додаткові умови для моделювання, що сприяє можливості отримати більше інформації для ОПР.

У статті висунуто припущення, Симонов Д. І. що клієнт обирає постачальника товару або послуги, орієнтуючись на ціну, але в реальному конкурентному просторі доцільно розглядати не тільки ціну, а й цінність, що є багатовимірним фактором.

Новизна дослідження полягає у використанні псевдобулієвого методу перетворення задачі пошуку оптимального варіанту розміщення ЦОК в еквівалентну задачу меншого розміру. Еквівалентний метод дає змогу вирішувати задачу з поліноміальною трудомісткістю.

Необхідні подальші дослідження у цьому напрямку, спрямовані на застосування багатокритеріальних задач розміщення з використанням вагових коефіцієнтів критеріїв, що визначає ОПР або статистичний аналіз.

Список використаної літератури

1. Глушков В. М. Макроэкономические модели и принципы построения ОГАС. Москва : «Статистика», 1975. 160 с.
2. Cabezas X., García S. A semi-Lagrangian relaxation heuristic algorithm for the simple plant location problem with order. *Journal of the Operational Research Society.* 2022. DOI: https://doi.org/10.1080/01605682.2022.2150573
3. Amar S. H., Abouabdellah A., Ouazzani Y. E. A distance reduction approach for simple plant location problem. *International Conference on Electrical and Information Technologies (ICEIT),* 15–18 November 2017. Rabat, Morocco, 2017. DOI: https://doi.org/10.1109/EITech.2017.8255295
4. Pelegrín M. New variants of the simple plant location problem and applications. *Eur. J. Oper. Res.* 2022. No. 306. P. 1094–1108. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.10.027
5. Marín A., Pelegrín-García M. Adding incompatibilities to the Simple Plant Location Problem: Formulation, facets and computational experience. *Comput. Oper. Res.* 2019. No. 104. P. 174–190. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.12.018
6. Galli L., Letchford A. N., Miller S. J. New valid inequalities and facets for the Simple Plant Location Problem. *Eur. J. Oper. Res.* 2018. No. 269. P. 824–833. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.03.009
7. Galli L., Letchford A. N. A separation algorithm for the simple plant location problem. *Oper. Res. Lett.* 2021. No. 49. P. 610–615. DOI: https://doi.org/10.1016/j.orl.2021.06.011
8. Симонов Д. І., Горбачук В. М. Метод пошуку рішень у динамічній моделі управління запасами за невизначеності. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки.* 2022. № 4. С. 31–39. DOI: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/4.4
9. Panos M. P., Ding-Zhu Du, Graham R. L. Handbook of Combinatorial Optimization. New York : Springer, 2013. 3409 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7997-1
10. Boros E., Hammer P. L. Pseudo-Boolean optimization. *Discret. Appl. Math.* 2002. No. 123. P. 155–225.
11. Benati S., Rizzi R., Tovey C.A. The complexity of power indexes with graph restricted coalitions. *Math. Soc. Sci.* 2015. No. 76. P. 53–63. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2015.04.001

Symonov D. I. Competitive models of placement of customer service centers.

The article is devoted to solving the problem of placing customer service centers to minimize production, transport, and investment costs. Two classes of models are considered: a model of a simple placement problem and a model of finding a solution in a competitive market. The first class of problems is NP-hard for finding an exact solution, based on the assumption that the costs of establishing customer service centers depend on their future placement and that the investment budget is not a constraint. The second method is the improvement of the first class of problems by providing the opportunity to consider additional parameters when searching for the optimal solution, which provides better information for decision-making in the competitive market, considering the interests of all interested parties.

In contrast to the existing methods, to simplify the complexity of the problems, an equivalent solution method was proposed. The essence of the new method is to transform the problem into a pseudo-Boolean model, which allows for solving the placement problem with polynomial complexity. The proposed equivalent transformation method can be used both for solving problems of the first class and for solving problems of multi-criteria placement optimization.

The model will be useful for use by investment managers and companies planning to enter new markets, including due to easy adaptation to the introduction of new objective function criteria and restrictions. The work of the equivalent model was demonstrated and proved by a case study.

Keywords: the simple problem of placement, problem of placement of objects on a competitive market, pseudo-Boolean function, limit of the cost of the optimal solution of the problem.

References

1. Hlushkov, V. M. (1975). *Makroekonomycheskye modely y pryntsypu postroenyia OHAS* [Macroeconomic models and principles of construction NAS]. Moscow: Statystyka [in Russian].
2. Cabezas, X., & García, S. (2022). A semi-Lagrangian relaxation heuristic algorithm for the simple plant location problem with order. Journal of the Operational Research Society. https://doi.org/10.1080/01605682.2022.2150573
3. Amar, S. H., Abouabdellah, A., & Ouazzani, Y. E. (2017). A distance reduction approach for simple plant location problem. *International Conference on Electrical and Information Technologies (ICEIT).* Rabat, Morocco. https://doi.org/10.1109/EITech.2017.8255295
4. Pelegrín, M. (2022). New variants of the simple plant location problem and applications. *Eur. J. Oper. Res.,* 306, 1094–1108. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.10.027
5. Marín, A., & Pelegrín-García, M. (2019). Adding incompatibilities to the Simple Plant Location Problem: Formulation, facets and computational experience. *Comput. Oper. Res.,* 104, 174–190. https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.12.018
6. Galli, L., Letchford, A. N., & Miller, S. J. (2018). New valid inequalities and facets for the Simple Plant Location Problem. *Eur. J. Oper. Res.,* 269, 824–833. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.03.009
7. Galli, L., & Letchford, A. N. (2021). A separation algorithm for the simple plant location problem. *Oper. Res. Lett.,* 49, 610–615. https://doi.org/10.1016/j.orl.2021.06.011
8. Symonov, D. I., & Gorbachuk, V. M. (2022). A method of finding solutions in a dynamic model of inventory management under uncertainty. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics,* 4, 31–39. https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/4.4 [in Ukrainian].
9. Panos, M. Pardalos, Ding-Zhu, Du, & Graham, R. L. (2013). *Handbook of Combinatorial Optimization.* New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7997-1
10. Boros, E., & Hammer, P. L. (2002). Pseudo-Boolean optimization. *Discret. Appl. Math.,* 123, 155–225.
11. Benati, S., Rizzi, R., & Tovey, C. A. (2015). The complexity of power indexes with graph restricted coalitions. *Math. Soc. Sci.,* 76, 53–63. https://doi.org/10.1016/j.mathsocsci.2015.04.001

Одержано 28.04.2023