

УДК 519.004.9

DOI [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.43\(2\).96-106](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.43(2).96-106)**П. П. Зінченко**

Харківський національний університет радіо електроніки,

аспірант кафедри прикладної математики,

petro.zinchenko@nure.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9119-7720>**РЕКУРЕНТНИЙ АНАЛІЗ САМОПОДІБНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ**

У роботі досліджено метод аналізу складності динаміки часових рядів - побудову рекурентних діаграм. Проведено порівняльний аналіз для самоподібних стохастичних реалізацій в залежності від значень показника Херста. Запропоновано метод побудови кольорових рекурентних діаграм для візуалізації динаміки часових рядів. Проведена класифікація часових рядів на основі їх рекурентних діаграм. Для класифікації застосовано залишкову нейронну мережу. Експериментально підтверджено, що використання кольорових діаграм значно покращує точність класифікації. Таким чином доведено, що кольорові рекурентні діаграми разом з залишковими нейронними мережами є потужним інструментом для класифікації та аналізу самоподібних часових рядів.

Ключові слова: рекурентний аналіз, рекурентні діаграми, показник Херста, залишкові нейронні мережі, класифікація часових рядів.

1. Вступ. Більшість динамічних систем є "складними системами що передбачає багатогранну структуру з нелінійним зворотнім зв'язком. До них відносяться процеси, притаманні людському організму та природі, інформаційні, фізичні, технічні та соціальні процеси. На практиці вони представлені часовими рядами (ЧР), які є певною проекцією внутрішніх та зовнішніх зв'язків динамічної системи. Однією з відображень складності динаміки системи є її фрактальна структура.

На даний момент стало загальноприйнятим, що багато ЧР мають довготривалу залежність та фрактальні властивості. Прикладами таких часових рядів є медичні та біологічні сигнали, фінансові ряди, геофізичні та геохімічні сигнали, а також інформаційні трафіки. Фрактальний аналіз знаходить все більше практичного застосування для дослідження та прогнозування ЧР, проте фрактальні характеристики далеко не повністю відображають всю складність динаміки системи.

Відносно новим методом дослідження складності динаміки систем є побудова рекурентних діаграм (РД). Рекурентний аналіз ґрунтується на фундаментальній властивості дисипативних динамічних систем - рекурентності (повторюваності станів). Цей метод аналізу, ґрунтований на представленні властивостей процесів у вигляді геометричних структур, є інструментом для виявлення прихованих залежностей в спостережуваних ЧР. Початково запропоновані в [1] методи рекурентного аналізу дозволяють працювати з рядами різних типів. Крім того, перевага використовуваного графічного інструменту полягає в тому, що він дозволяє досліджувати n -мірну траєкторію фазового простору за допомогою двовимірного представлення його рекурентності і, отже, наочно представляти динамічну картину в цілому.

Протягом останніх років метод РД знайшов широке застосування для аналізу стохастичних часових рядів різної природи [2]. Були розроблені кількісні міри складності структур РД [3, 4]. Особлива увага приділялась хаотичним ЧР, складним коливальним процесам, шумованим ЧР та ін. [6–9]. Однак досі недостатньо уваги було приділено характерним особливостям рекурентного аналізу фрактальних ЧР.

Метою представленої роботи є проведення порівняльного рекурентного аналізу самоподібних стохастичних реалізацій та застосування машинного навчання для класифікації рекурентних діаграмм.

2. Рекурентний аналіз. Основна ідея застосування методів нелінійної динаміки до аналізу траєкторії динамічної системи полягає в тому, що основна структура, яка містить всю інформацію про систему, а саме, атрактор системи, може бути відновлена за допомогою вимірювання лише одного компонента цієї системи [10–11]. Широко використовувана процедура Паккарда-Такенса дозволяє відновити фазову траєкторію динамічної системи за однією реалізацією:

$$F(t) = [x(t), x(t + \tau), \dots, x(t + m\tau)], \quad (1)$$

де: $F(t)$ — m -мірний псевдофазовий простір. $x(t)$ — часова реалізація системи, τ — період запізнення.

Рекурентна діаграма є проекцією m -мірного псевдофазового простору на площину. Нехай точка x_i відповідає точці фазової траєкторії $x(t)$, що описує динамічну систему в m -мірному просторі в момент часу $t = i$, для $i = 1, \dots, N$, тоді рекурентна діаграма RP є масивом точок, де ненульовий елемент з координатами (i, j) відповідає випадку, коли відстань між x_j та x_i менше ε :

$$RP_{i,j} = \Theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|), \quad x_i, x_j \in R^m, \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (2)$$

де ε — розмір оточення точки x_j , $\|x_i - x_j\|$ — відстань між точками, $\Theta(\bullet)$ — функція Хевісайда.

Аналіз топології діаграми дозволяє класифікувати процеси: визначати однорідні процеси з незалежними випадковими значеннями; процеси які повільно змінюють параметри; періодичні чи осцилюючі процеси, що відповідають нелінійним системам і т.д. Чисельний аналіз рекурентних діаграм дозволяє обчислювати показники складності структур рекурентних діаграм, такі як показник рекурентності, показник детермінізму, показник ентропії та інші. Міра рекурентності (recurrence rate, RR)

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N RP_{i,j}^\varepsilon, \quad (3)$$

показує щільність рекурентних точок. Цей показник вказує на ймовірність знаходження рекурентної точки в РД (ймовірність повторення стану).

Наступний показник розглядає діагональні лінії. Частотний розподіл довжин l діагональних ліній в RP , $P^\varepsilon(l) = \{l_i; i = 1 \dots N_l\}$, де l_i — довжина i -ї діагональної лінії, а N_l — кількість діагональних ліній. Стохастичні ЧР можуть породжувати дуже короткі діагоналі або зовсім не породжувати їх, у той час

як детерміністичні процеси дають довгі діагоналі і малу кількість окремих рекурентних точок. Таким чином, співвідношення рекурентних точок

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP^\varepsilon(l)}{\sum_{i,j}^N R_{i,j}^\varepsilon(l)}, \quad (4)$$

називається показником детермінізму (determinism, *DET*). Діагональні структури показують час, протягом якого ділянка траєкторії підходить достатньо близько до іншої ділянки траєкторії. Таким чином, ці лінії дозволяють судити про відхилення елементів траєкторії.

Середня довжина діагональних ліній

$$L = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N lP^\varepsilon(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P^\varepsilon(l)}, \quad (5)$$

це середній час, протягом якого дві ділянки траєкторії проходять близько одна до одної і може розглядатися як середній час передбачуваності.

Показник ентропії (entropy, *ENTR*) відноситься до ентропії частотного розподілу довжин діагональних ліній.

$$ENTR = - \sum_{l=l_{min}}^N p(l) \ln p(l), \quad (6)$$

де $p(l) = \frac{P^\varepsilon(l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P^\varepsilon(l)}$ і відображає складність детерміністичної складової в системі.

Розглянемо точку траєкторії x_i і множину пов'язаних з нею рекурентних точок, які формують вертикальні структури на РД. Позначимо $P_i(v) = \{v_k; k = 1, 2, \dots, K\}$ множину довжин вертикальних структур і визначимо розподіл довжин вертикальних ліній $P^\varepsilon(v)$ для всього RP взагалі. Міра замирання (laminarity, *LAM*)

$$LAM = \frac{\sum_{v=v_{min}}^{\tilde{N}} vP^\varepsilon(v)}{\sum_{i,j}^N RP_{i,j}^\varepsilon}, \quad (7)$$

визначається відношенням кількості рекурентних точок, які формують вертикальні лінії, до загальної кількості рекурентних точок. Величина *LAM* характеризує наявність станів застигання системи (тобто коли рух системи по фазовій траєкторії зупиняється або рухається дуже повільно). Середня довжина вертикальних структур

$$TT = \frac{\sum_v^{\tilde{N}} vP^\varepsilon(v)}{\sum_{i,j}^N P^\varepsilon(v)}, \quad (8)$$

називається мірою часу зупинки (trapping time, *TT*) і характеризує середній час, який система може провести в околиці певного стану.

3. Самоподібні часові ряди. Завдання сучасної нелінійної фізики, радіоелектроніки, теорії управління та обробки зображень вимагають розробки та

застосування нових математичних моделей, методів та алгоритмічного забезпечення для аналізу даних. Як показали численні дослідження, багато стохастичних процесів у природі та техніці обладують довгостроковою залежністю та фрактальною структурою. Одними з перших реальних стохастичних процесів, у яких були виявлені самоподібні властивості, були інформаційні потоки даних в телекомунікаційних мережах. Існує велика кількість публікацій, присвячених аналізу самоподібних властивостей трафіку та їх впливу на функціонування та якість обслуговування телекомунікаційної мережі. Іншим прикладом фрактальних стохастичних структур є сучасні фінансові ринки. Аналізуючи динаміку виникнення ділянок з різною фрактальною структурою, можна діагностувати та прогнозувати нестабільні стани (кризиси) ринку. Останнім часом численні дослідження показали, що багато біоелектричних сигналів мають фрактальну структуру/Виразні зміни у фрактальних характеристиках кардіо- та енцефалограм проявляються при різних захворюваннях, при зміні розумового та фізичного навантаження на організм. Фрактальний аналіз біоелектричних сигналів може бути основою для проведення статистичних досліджень, що дозволить сформулювати методики, які будуть важливими і для клінічної практики [12, 13].

Самоподібність випадкових процесів полягає в збереженні ймовірнісних характеристик при зміні шкали часу. Стохастичний процес $X(t)$ є самоподібним з параметром H , якщо процес $a^{-H}X(at)$ описується тими ж законами кінцево-мірних розподілів, що і $X(t)$:

$$\text{Law}\{a^{-H}X(at)\} = \text{Law}\{X(t)\}. \quad (9)$$

Параметр H , $0 < H < 1$, відомий як показник Херста, представляє собою ступінь самоподібності процесу. Окрім цього властивості, показник $H > 0,5$ характеризує міру довгострокової залежності стохастичного процесу. Це означає, що якщо часовий ряд протягом певного часу зростає (зменшувався), то з ймовірністю, близькою до показника Херста, ряд буде зберігати цю тенденцію протягом аналогічного проміжку часу [14].

4. Фрактальний броунівський рух. Однією з найвідоміших і простих моделей стохастичної динаміки, що має монофрактальні властивості, є фрактальний броунівський рух (ФБР), який знайшов широке застосування в фізиці, хімії, біології, економіці та теорії інформаційного трафіку.

Гаусівський процес $X(t)$ називається фрактальним броунівським рухом з параметром H , $0 < H < 1$, якщо прирости випадкового процесу $\Delta X(\tau) = X(t + \tau) - X(t)$ мають розподіл такого вигляду:

$$P(\Delta X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0\tau^H} \cdot \int_{-\infty}^x \text{Exp}\left[-\frac{z^2}{2\sigma_0^2\tau^{2H}}\right] dz, \quad (10)$$

де σ_0 — коефіцієнт дифузії. ФБР з параметром $H = 0,5$ збігається з класичним броунівським рухом. Прирости ФБР називають фрактальним гаусівським шумом (ФГШ). На рис. 1 вгорі представлені реалізації ФБР, на рис. 1 внизу представлені ФГШ, побудовані при значеннях показника Херста $H = 0.4, 0.6, 0.9$.

5. Побудова чорно-білих і кольорових рекурентних діаграм. Рекурентні діаграми легко візуалізуються в чорно-білому форматі. Тоді рекурентні

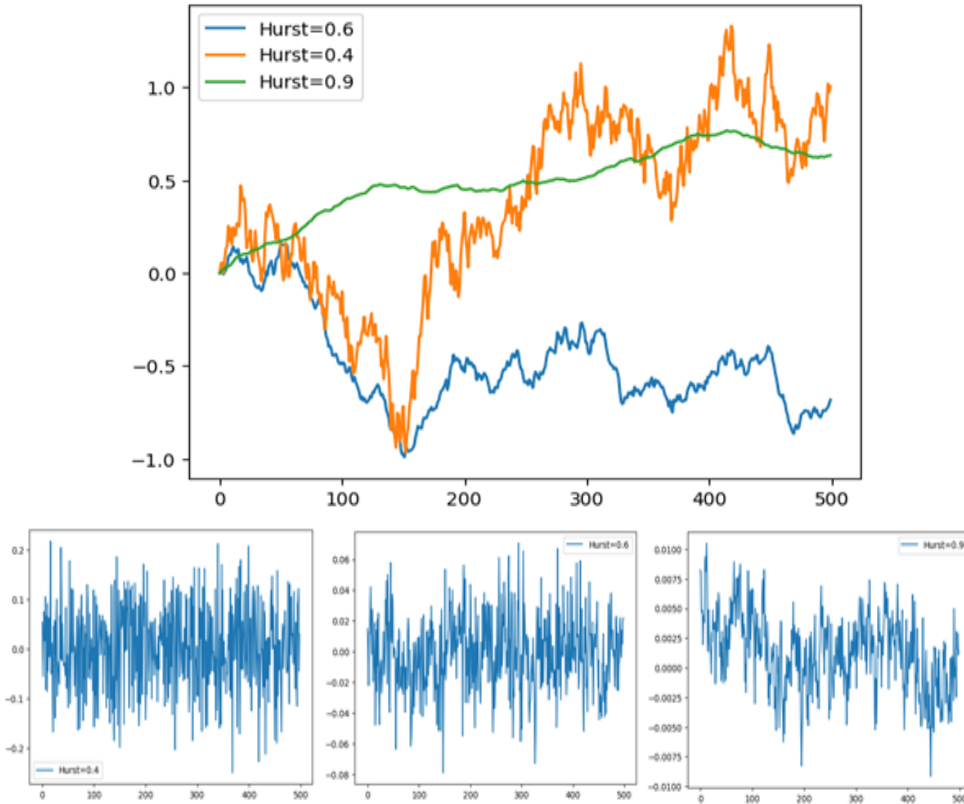


Рис. 1. Реалізації ФБР і ФГШ для різних значень H .

стани відображаються чорним кольором, а решта — білим. Кольорові рекурентні діаграми конструюються шляхом інтеграції аспекту кольору в рамках існуючих рекурентних діаграм. Цей процес включає визначення змінних або параметрів, які підлягають візуалізації кольорами, обрання відповідної кольорової палітри, привласнення конкретних кольорів кожному значенню змінної та їхнє впровадження в рекурентні діаграми. Такий підхід дозволяє підкреслити патерни, аномалії чи інші важливі аспекти даних, сприяючи кращому розумінню та аналізу часових рядів.

Для побудови кольорової діаграми, обчислюється відстань між двома точками фазової траєкторії. На відміну від чорно-білої діаграми, кожному значенню відстані призначається кольорова репрезентація. Кольорова репрезентація може бути отримана, наприклад, на основі лінійної інтерполяції між двома визначеними кольорами — початковим (синій) та кінцевим (червоний). Компоненти RGB кольорової моделі для кожної точки обчислюються за допомогою виразу, використовуючи числове значення, яке змінюється від 0 до 1 (рис. 2).

Отримані кольорові діаграми використовуються для ефективною візуалізації динаміки часових рядів, сприяючи аналізу змін у часі та виділенню ключових аспектів даних. Використання лінійної інтерполяції для формування кольорового спектру дозволяє створити градієнтне кодування числових значень у вигляді кольорів, поліпшуючи сприйняття та розуміння динаміки досліджуваних часових рядів.

6. Класифікація рекурентних діаграм з використанням залишко-



Рис. 2. Градієнтне кодування значень від 0 до 1.

вих нейронних мереж. Рекурентні діаграми виявляють різноманітні структури в послідовності даних, такі як цикли, тренди, періодичність та інші, і можуть виявляти відхилення від нормальної динаміки даних, такі як аномалії та викиди. Хаотичні реалізації відрізняються своєю структурою, яка пов'язана з автокореляційними властивостями системи і відображається в рекурентних діаграмах. Зміна кореляційної структури системи призводить до зміни топології рекурентної діаграми, дозволяючи класифікувати спостережувані часові ряди. Методи машинного навчання, зокрема глибокі нейронні мережі, і особливо згорткові нейронні мережі, виявилися ефективними у класифікації, забезпечуючи найкращі результати розпізнавання зображень, оскільки вони враховують двовимірні топології зображень, на відміну від багатшарового перцептрона.

Основна ідея залишкової нейронної мережі полягає в тому, щоб передавати інформацію через "залишковий блок" або "блок залишкового навчання", який додається до вихідного сигналу [15–16].

Вхідний тензор має форму $(250, 250, 3)$, а потім йому застосовується операція Zero Padding для додавання додаткових пікселів по краях. Перший етап включає два послідовних згорткових шари зі зменшенням розміру за допомогою стрибка та підвищенням глибини за рахунок використання фільтрів. Після кожного згорткового шару застосовуються операції Batch Normalization та активації ReLU.

Далі, на етапі 2, використовуються 3 згорткові блоки для подальшого зменшення розміру та збільшення глибини шляхом з'єднання кількох згорткових шарів.

Згортковий блок складається з 2 частин і використовується в архітектурі залишкових мереж для покращення збіжності і зменшення можливого градієнтного зникнення під час тренування глибоких нейронних мереж. Основний шлях включає три згорткових компоненти. Кожен компонент доповнюється шарами нормалізації партії та активації ReLU. Скорочений шлях складається з одного згорткового компонента до якого додано один шар нормалізації та один шар активації ReLU

У фінальному кроці значення з основного шляху додається до значення з скороченого шляху з використанням операції додавання, і результат проходить через активацію ReLU. Цей згортковий блок дозволяє градієнтам просуватися більш ефективно через мережу, уникати проблем градієнтного зникнення та сприяє навчанню.

Аналогічно, на етапі 3 застосовуються 4 подібні блоки для подальшого вдосконалення властивостей внутрішніх репрезентацій. Після цього застосовується операція Flatten для перетворення тривимірного тензора у вектор, після чого використовується Dropout для регуляризації та запобігання перенавчання. Завершальна частина мережі включає кілька повнозв'язаних шарів з активацією

ReLU та останній повнозв'язаний шар з активацією softmax для виведення оцінок ймовірностей для кожного класу. Кількість вихідних нейронів останнього Dense шару дорівнює кількості класів у вашому завданні класифікації.

7. Результати досліджень модельних даних. Проведений у роботі рекурентний аналіз виявив суттєві відмінності як у візуальній топології, так і у числових характеристиках реалізацій ФБД і ФГШ. У всіх випадках проявляється певна залежність структури та кількісних характеристик РД від ступеня самоподібності.

У таблиці 1 наведені значення кількісних характеристик РД, усереднені за реалізаціями довжиною 1000 значень. Структурні відмінності знайшли своє відображення в кількісних характеристиках. У табл. 1 подані середні значення характеристик РД (ліва колонка для ряду приростів, а права для кумулятивного ряду), що демонструє, що зі зростанням показника Херста збільшуються детерміністичні складові, а отже, передбачуваність ЧР. Цікаво відзначити, що хоча щільність точок (RR) у реалізацій ФБД на порядок нижче, ніж у ФГШ, середня довжина діагональних ліній (L) і середній час, який система може провести в певному стані (TT), у декілька разів більше. Міра детермінізму (DET) в обох випадках близька до показника Херста H і може бути використана як додатковий критерій самоподібності ЧР.

Таблиця 1.

Кількісні характеристики РД для ФБР і ФГШ.

H	RR		DET		L	
	ФГШ	ФБР	ФГШ	ФБР	ФГШ	ФБР
0,6	0,188	0,027	0,615	0,684	2,763	3,866
0,7	0,192	0,035	0,696	0,752	2,821	8,371
0,8	0,204	0,044	0,780	0,858	2,937	15,959
0,9	0,228	0,049	0,889	0,937	3,180	23,292

$ENTR$		LAM		TT	
ФГШ	ФБР	ФГШ	ФБР	ФГШ	ФБР
1,206	1,826	0,476	0,824	2,659	4,010
1,254	2,871	0,544	0,880	2,776	9,547
1,342	3,330	0,616	0,910	2,898	16,352
1,508	3,831	0,717	0,937	3,207	22,235

На рис. 3 подані типові реалізації та РД для ФГШ з показником Херста (ліворуч) та (праворуч). При зростанні показника Херста проявляється нерівномірна структурованість фазового простору, яка відсутня для рядів з параметром Херста, близьким до 0,5. На РД реалізації з великою персистентністю вирівнюються вздовж діагональної лінії, тоді як для рядів з невеликим параметром Херста рекурентні точки заповнюють більшу область фазового простору.

На рис. 4 представлені реалізації та діаграми ФГШ з показником Херста $H = 0,6$ (ліворуч) та $H = 0,9$ (праворуч). Візуально чорно-білі рекурентні діаграми не мають відмінностей, але кольорові діаграми вже мають слабо помітну різницю в структурі.

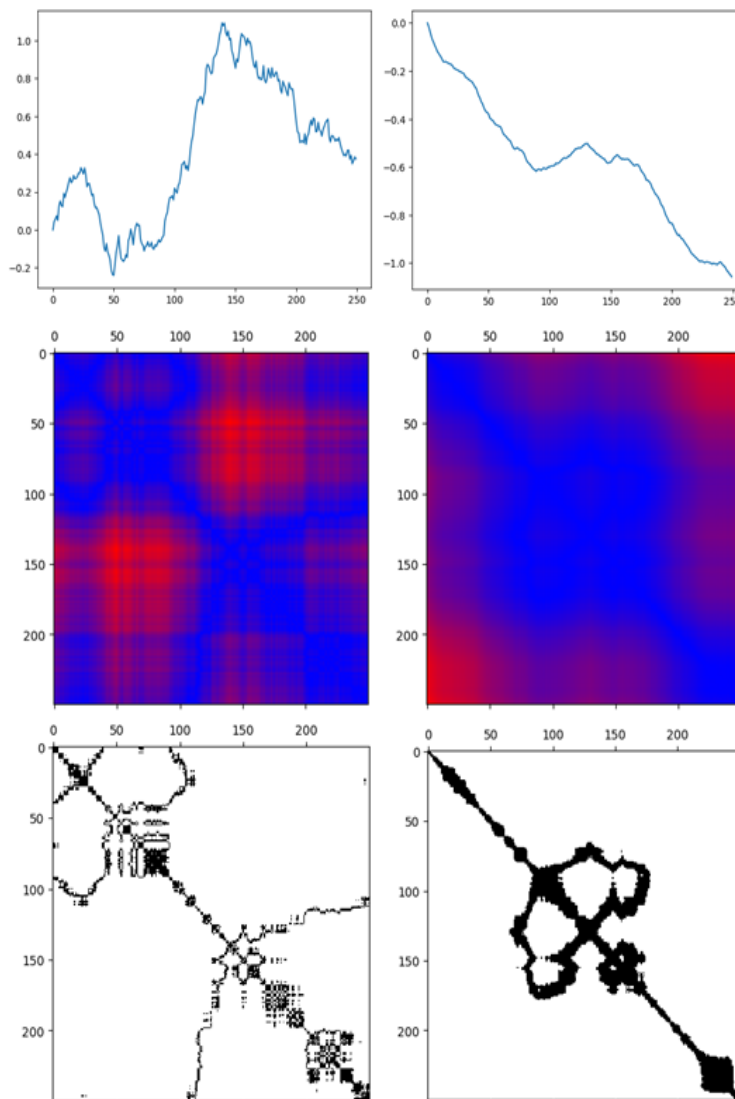


Рис. 3. Реалізації та РД для ФБР, при $H = 0,6$ (ліворуч) та $H = 0,9$ (праворуч).

8. Класифікація рекурентних діаграм за допомогою залишкової нейронної мережі. Для дослідження було обрано 2 класи ФБР з $H = (0,45; 0,55)$ та $H = (0,65; 0,9)$ довжиною 250 значень.

У межах дослідження було проведено порівняння двох підходів до класифікації часових рядів: використання нейронних мереж у поєднанні з чорно-білими та кольоровими рекурентними діаграмами. Для класифікації використовувалась залишкова нейронна мережа описана вище.

На даних які не брали участь в тренуванні нейронної мережі, підхід з кольоровими діаграмами показав точність класифікації 100% для ФБР і 99,99% для ФГШ. Підхід з чорно-білими діаграмами показав 96,25% для ФБР і 75,45% для ФГШ (табл. 2).

Результати підкреслюють важливість вибору типу діаграми, що впливає на точність класифікації часових рядів з використанням нейронних мереж. Зокре-

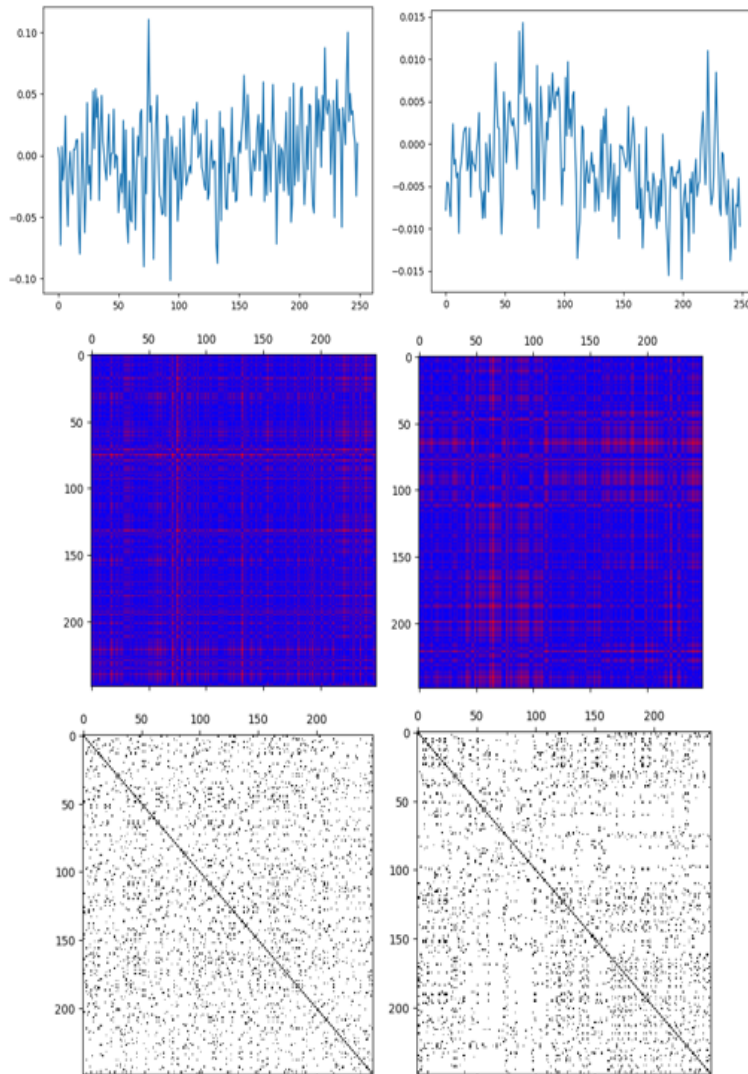


Рис. 4. Реалізації та РД для ФГШ, при $H = 0,6$ (ліворуч) та $H = 0,9$ (праворуч).

Таблиця 2.

Точність класифікації ФБР і ФБШ

	ФБР	ФГШ
Кольорові РД	100%	99,99%
Чорно-білі РД	96,25%	75,45%

ма виявлені відмінності між чорно-білими та кольоровими діаграмами, підкреслюючи потенціал кольорової інформації для поліпшення результатів класифікації.

9. Висновок. У роботі був проведений порівняльний рекурентний аналіз

самоподібних ЧР. Показано, що основним параметром, що впливає на структуру та кількісні показники РД, є показник Херста.

Також в роботі було проведено експеримент з класифікації часових рядів ФБР з різними показниками Херста з використанням нейронних мереж і рекурентних діаграм. Окрім звичайного методу побудови рекурентних діаграм, був використаний модифікований підхід, який включав створення кольорових діаграм. Результати показали значне покращення точності класифікації ФБР з різними показниками Херста при використанні кольорових діаграм. Таким чином, для класифікації рекомендується використовувати кольорові діаграми.

Ці висновки надають цінні практичні вказівки для вибору оптимального підходу в залежності від вимог і характеру часових даних. Отримані результати, мають важливе значення і можуть слугувати основою для подальших досліджень і оптимізації методології з метою максимізації продуктивності класифікації часових рядів на основі нейронних мереж і кольорових рекурентних діаграм.

Список використаної літератури

1. Eckmann J. P., Kamphorst S. O., Ruelle D. Recurrence Plots of Dynamical Systems. *Europhysics Letters (EPL)*. 1987. Vol. 4, No. 9. P. 973–977.
2. Marwan N. A historical review of recurrence plots. *The European Physical Journal Special Topics*. 2008. Vol. 164, No. 1. P. 3–12.
3. Marwan N. et al. Recurrence-plot-based measures of complexity and their application to heart-rate-variability data. *Physical Review E*. 2002. Vol. 66, No. 2.
4. Zbilut J. P., Zaldívar-Comenges J.-M., Strozzi F. Recurrence quantification based Liapunov exponents for monitoring divergence in experimental data. *Physics Letters A*. 2002. Vol. 297, No. 3–4. P. 173–181.
5. March T. K., Chapman S. C., Dendy R. O. Recurrence plot statistics and the effect of embedding. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2005. Vol. 200, No. 1–2. P. 171–184.
6. Marwan N. et al. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*. 2007. Vol. 438, No. 5–6. P. 237–329.
7. Kirichenko L. et al. Two Approaches to Machine Learning Classification of Time Series Based on Recurrence Plots. *2020 IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, Lviv, 21–25 August 2020.
8. Kirichenko L. et al. Detection of DDoS Attacks Based on Visualization of Recurrence Plots. *Proceedings of the International Workshop on Conflict Management in Global Information Networks*. Kyiv, 29 November 2019. P. 23–34.
9. Kirichenko L. O., Kobitskaya Y. A., Habacheva A. Y. Comparative analysis of the complexity of chaotic and stochastic time series. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2014. No. 2.
10. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. *Lecture Notes in Mathematics*. Berlin : Heidelberg, 1981. P. 366–381.
11. Iwanski J. S., Bradley E. Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed?. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 1998. Vol. 8, No. 4. P. 861–871.
12. Pilgrim I., P. Taylor R. Fractal Analysis of Time-Series Data Sets: Methods and Challenges. *Fractal Analysis*. 2019. IntechOpen.
13. Kirichenko L., Saif A., Radivilova T. Generalized Approach to Analysis of Multifractal Properties from Short Time Series. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2020. Vol. 11, No. 5.
14. Feder J. *Fractals*. Boston. MA : Springer US, 1988.
15. Flexible. High Performance Convolutional Neural Networks for Image Classification. *Proceedings of the Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Barcelona, 16–22 July 2011. P. 1237–1242.
16. Lecun Y., Bengio Y. Convolutional Networks for Images, Speech, and Time-Series. *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*. 1998.

Zinchenko P. P. Recurrent analysis of self-similar time series.

The work explores a method for analyzing the complexity of time series dynamics - the construction of recurrent diagrams. A comparative analysis is conducted for self-similar stochastic realizations depending on the values of the Hurst exponent. A method for constructing colored recurrent diagrams to visualize the dynamics of time series is proposed. The time series are classified based on their recurrent diagrams, utilizing a residual neural network for classification. Experimental results confirm that the use of colored diagrams significantly improves the accuracy of classification. Thus, it is demonstrated that colored recurrent diagrams, together with residual neural networks, are powerful tools for the classification and analysis of self-similar time series.

Keywords: recurrent analysis, recurrence plot, Hurst exponent, residual neural networks, time series classification.

References

1. Eckmann, J. P., Kamphorst, S. O., & Ruelle, D. (1987). Recurrence Plots of Dynamical Systems. *Europhysics Letters (EPL)*, 4(9), 973–977.
2. Marwan, N. (2008). A historical review of recurrence plots. *The European Physical Journal Special Topics*, 164(1), 3–12.
3. Marwan, N., Wessel, N., Meyerfeldt, U., Schirdewan, A., & Kurths, J. (2002). Recurrence-plot-based measures of complexity and their application to heart-rate-variability data. *Physical Review E*, 66(2).
4. Zbilut, J. P., Zaldívar-Comenges, J.-M., & Strozzi, F. (2002). Recurrence quantification based Liapunov exponents for monitoring divergence in experimental data. *Physics Letters A*, 297(3(4)), 173–181.
5. March, T. K., Chapman, S. C., & Dendy, R. O. (2005). Recurrence plot statistics and the effect of embedding. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 200(1(2)), 171–184.
6. Marwan, N., Carmenromano, M., Thiel, M., & Kurths, J. (2007). Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, 348(5(6)), 237–329.
7. Kirichenko, L., Radivilova, T., Bulakh, V., Zinchenko, P., & Saif Alghawli, A. (2020). Two Approaches to Machine Learning Classification of Time Series Based on Recurrence Plots. *2020 IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*. IEEE. Lviv.
8. Kirichenko, L., Zinchenko, P., Radivilova, T., & Tavalbeh, M. Detection of DDoS Attacks Based on Visualization of Recurrence Plots. *Proceedings of the International Workshop on Conflict Management in Global Information Networks*. Kyiv.
9. Kirichenko, L. O., Kobitskaya, Y. A., & Habacheva, A. Y. (2014). COMPARATIVE ANALYSIS OF THE COMPLEXITY OF CHAOTIC AND STOCHASTIC TIME SERIES. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2.
10. Takens, F. (1981). *Detecting strange attractors in turbulence. Lecture Notes in Mathematics*. Springer. Berlin: Heidelberg.
11. Iwanski, J. S., & Bradley, E. (1998). Recurrence plots of experimental data: To embed or not to embed? *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 8(4), 861–871.
12. Pilgrim, I., & P. Taylor, R. (2019). *Fractal Analysis of Time-Series Data Sets: Methods and Challenges. Fractal Analysis*. IntechOpen.
13. Kirichenko, L., Saif, A., & Radivilova, T. (2020). Generalized Approach to Analysis of Multi-fractal Properties from Short Time Series. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 11(5).
14. Feder, J. (1988). *Fractals*. Boston. MA : Springer US.
15. Flexible. (2011). High Performance Convolutional Neural Networks for Image Classification. *Proceedings of the Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence*.
16. Lecun, Y., & Bengio, Y. (1998). Convolutional Networks for Images, Speech, and Time-Series. *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*.

Одержано 15.10.2023