УДК 510
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.43(2).136-143

І. А. Мич[1], В. В. Ніколенко[2], О. В. Варцаба[3]

[1] ДВНЗ «Ужгородський національний університет»,
доцент кафедри кібернетики і прикладної математики,
кандидат фізико-математичних наук
ihor.mych@uzhnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3392-1442

[2] ДВНЗ «Ужгородський національний університет»,
доцент кафедри інформаційних управляючих систем та технологій,
кандидат фізико-математичних наук
volodymer.nikolenko@uzhnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0071-6896

[3] ДВНЗ «Ужгородський національний університет»,
аспірант кафедри кібернетики і прикладної математики,
olena.vartsaba@uzhnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9158-2365

ЕКВАЦІОНАЛЬНЕ ОПИСАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО ПОВНИХ АЛГЕБР

У роботі продовжується екваціональне дослідження класу універсальних алгебр M_6. Клас M_6 складається з тридцяти чотирьох функціонально неповних і тридцяти функціонально повних алгебр. У попередній роботі були знайдені повні системи тотожностей для всіх функціонально неповних алгебр. Ці алгебри утворюють сімнадцять одноелементних, один двохелементний, один трьохелементний, два шестиелементних екваціональних кластери. Функціонально повні алгебри класу M_6 утворюють один тридцятиелементний кластер. Для нього знайдені повні системи тотожностей.

Ключові слова: функціонально повна алгебра, екваціональність, повна система тотожностей, сигнатурна тотожність, екваціональний кластер.

1. Вступ. Дана робота є продовженням дослідження [2], у якому знайдені повні системи тотожностей для всіх функціонально неповних алгебр класу $M_6 = \{U = \langle A, \Omega \rangle\,;\, A = \{0, 1\}\,;\, \Omega \subset \{0, 1, \neg, \vee, \wedge, \oplus\}\}$. У даній роботі знаходяться повні системи тотожностей для функціонально повних алгебр цього класу.

2. Основні результати. Нехай задано клас універсальних булевих алгебр $M = \{U = \langle A,\, \Omega \rangle\}$, $A = \{0,\, 1\}$, Ω — деяка множина булевих операцій. Позначимо через $R(U)$ множину всіх тотожностей алгебри U.

Означення 1. *Алгебри U_1 і U_2 називають екваціонально еквівалентними, якщо $R(U_1) = R(U_2)$.*

Означення 2. *Алгебра U_1 екваціонально вкладається в алгебру U_2, якщо $R(U_1) \subset R(U_2)$.*

Означення 3. *Тотожність $F_2(\varphi) = F_1(\psi) \in R(U_2)$ називається сигнатурною, якщо $F_2(\varphi)$ формула, яка реалізує операцію $\varphi \in \Omega_2 - \Omega_1$, а $F_1(\psi)$—формула, яка побудована з операцій алгебри U_1.*

Означення 4. *Система тотожностей $H \subset R(U)$ називається повною в U, якщо використовуючи операцію суперпозиції, можна довести довільну тотожність $F_1 = F_2$ до лексикографічної рівності.*

Нехай алгебри $U_1 = \langle A, \Omega_1 \rangle$ і $U_2 = \langle A, \Omega_2 \rangle$ такі, що $\Omega_1 \subset \Omega_2$, і для кожної операції $\varphi \in \Omega_2 - \Omega_1$ знайдена сигнатурна тотожність $F_2(\varphi) = F_1(\psi)$. Множину цих сигнатурних тотожностей позначимо через $R(\Omega_2 - \Omega_1)$.

Теорема 1. *Якщо для алгебри U_1 знайдена повна система тотожностей $H(U_1)$, то повна система тотожностей $H(U_2)$ алгебри U_2 дорівнює $H(U_1) \bigcup \bigcup R(\Omega_2 - \Omega_1)$.*

Доведення теореми випливає з того, що сигнатурні тотожності дають можливість вивести операції $\varphi \in \Omega_2 - \Omega_1$ з формули алгебри U_2, звівши їх до формул алгебри U_1, для якої знайдена повна система тотожностей $H(U_1)$.

Означення 5. *Алгебра $U_1 = \langle A, \Omega_1 \rangle$ екваціонально вкладається в алгебру $U_2 = \langle A, \Omega_2 \rangle$ якщо для кожної операції $\varphi \in \Omega_2 - \Omega_1$ існують сигнатурні тотожності.*

Означення 6. *Алгебри $U_1, U_2, \ldots, U_t \in M$ утворюють екваціональний кластер K, якщо у множині K існує така алгебра U^*, що $\forall U_t \in K$ існує $U_{i_1}, U_{i_2}, \ldots, U_{i_l} \in K$, що $R(U_i) = R(U_{i_1}) \subset R(U_{i_2}) \subset \ldots \subset R(U_{i_l}) = R(U^*)$.*

Функціонально повні алгебри класу M_6 утворюють один тридцятиелементний кластер, який зображено у вигляді сигнатурного графа на рис. 1.

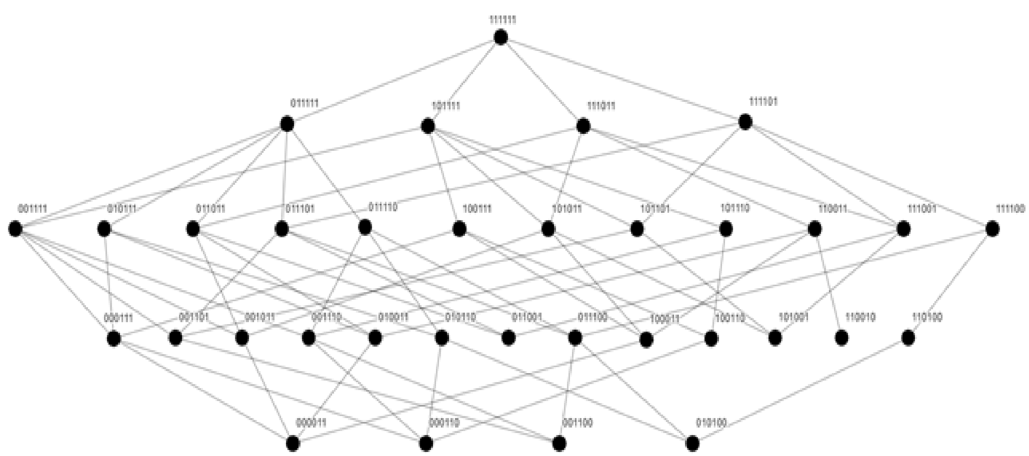

Рис. 1. Функціонально повні алгебри класу M_6.

У класі M_6 є чотири канонічні функціонально повні алгебри U_{12}, U_{20}, U_{50}, U_{42}. На основі канонічних алгебр побудуємо фільтри

$$B_1 = \{U_i = \langle A, \Omega_i | \ \Omega_{12} \subset \Omega_i \rangle\},$$

$$B_2 = \{U_i = \langle A, \Omega_i | \Omega_{20} \subset \Omega_i \rangle\},$$

$$B_3 = \{U_i = \langle A, \Omega_i | \Omega_{50} \subset \Omega_i \rangle\},$$

$$B_4 = \{U_i = \langle A, \Omega_i | \Omega_{42} \subset \Omega_i \rangle\}.$$

Фільтри B_1 і B_2 утворюють чотиривимірні куби, а фільтри B_3 і B_4 — тривимірні.

У таблиці 1 наведено перелік функціонально повних алгебр, які входять до складу фільтрів B_1, B_2, B_3, B_4.

Таблиця 1.

Функціонально повні алгебри фільтрів.

B_1	B_2	B_3	B_4
U_{12}	U_{20}	U_{42}	U_{50}
U_{44}	U_{52}	U_{58}	U_{58}
U_{28}	U_{28}	U_{46}	U_{54}
U_{14}	U_{22}	U_{43}	U_{51}
U_{60}	U_{60}	U_{59}	U_{59}
U_{13}	U_{21}	U_{62}	U_{62}
U_{46}	U_{54}	U_{47}	U_{55}
U_{45}	U_{53}	U_{63}	U_{63}
U_{30}	U_{23}		
U_{29}	U_{30}		
U_{15}	U_{29}		
U_{62}	U_{62}		
U_{61}	U_{61}		
U_{47}	U_{55}		
U_{31}	U_{31}		
U_{63}	U_{63}		

З таблиці видно, що фільтри мають спільні алгебри, зокрема

$$B_1 \bigcap B_2 = \{U_{28},\, U_{60},\, U_{62},\, U_{61},\, U_{31},\, U_{63},\, U_{30},\, U_{29}\}\,,$$

$$B_3 \bigcap B_4 = \{U_{58},\, U_{62},\, U_{59},\; U_{63}\}\,,$$

$$B_1 \bigcap B_4 = B_3 \bigcap B_4 \bigcup U_{46}, \qquad B_2 \bigcap B_3 = B_3 \bigcap B_4 \bigcup U_{54},$$

$$B_1 \bigcap B_2 \bigcap B_3 \bigcap B_4 = \{U_{62}, U_{63}\}\,.$$

Алгебри фільтра B_1 зображені на сигнатурному чотиривимірному кубі на рис. 2.

Знайдемо повну систему тотожностей алгебри $U_{12} = \langle A,\, \neg,\, \wedge \rangle$.

Припущення 1. *Система тотожностей 1–10 є повною для алгебри* $U_{12} = \langle A,\, \neg,\, \wedge \rangle$.

$$
\begin{aligned}
&1.\ x \wedge x = x,\\
&2.\ x \wedge y = y \wedge x,\\
&3.\ (x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z),\\
&4.\ \bar{\bar{x}} = x,\\
&5.\ \overline{x \wedge \bar{x}} = \overline{y \wedge \bar{y}},\\
&6.\ \overline{x \wedge \overline{y \wedge z}} = \overline{x \wedge \bar{y}} \wedge \overline{x \wedge \bar{z}},\\
&7.\ \overline{x \wedge \bar{y}} = \overline{x \wedge y \wedge z} \wedge \overline{x \wedge y \wedge \bar{z}},\\
&8.\ \overline{x \wedge x \wedge \bar{x}} = \overline{x \wedge \bar{x}},\\
&9.\ y \wedge \overline{x \wedge \bar{x}} = y,\\
&10.\ x = \overline{\bar{x} \wedge y} \wedge \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}}.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

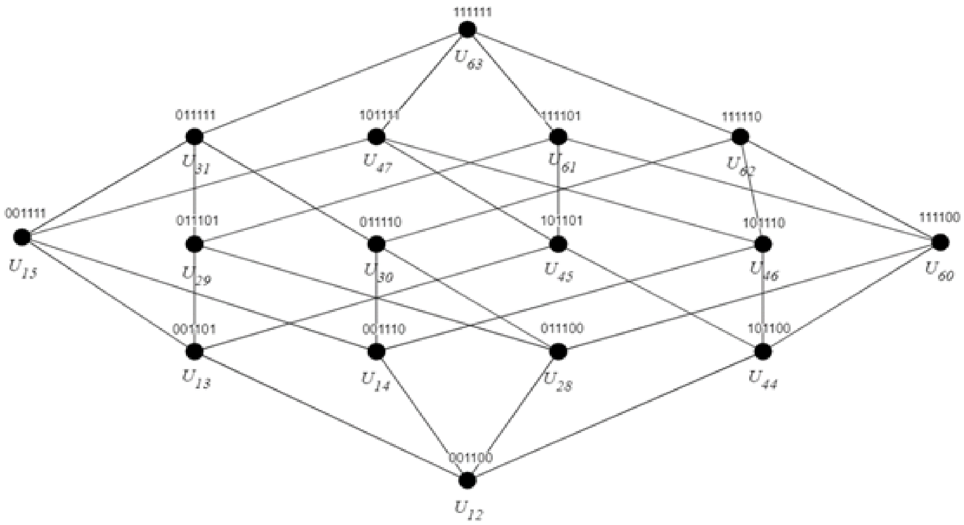

Рис. 2. Алгебри фільтра B_1.

Доведення зводиться до побудови формули, яку можна вважати аналогом досконалої кон'юнктивної нормальної форми. Алгоритм побудови ДКНФ:

1) Використовуючи тотожності 4, 6 добиваємося того, що у формулі F над кожною кон'юнкцією заперечення зустрічається не більше одного разу.
2) Тотожність 7 дає можливість зробити всі формули вигляду $\overline{\tilde{x}_{i_1} \wedge \tilde{x}_{i_2} \wedge \ldots \wedge \tilde{x}_{i_k}}$ повними, де $\tilde{x}_{i_k} = x_{i_k}$ або $\tilde{x}_{i_k} = \overline{x_{i_k}}$, тобто ці формули містять всі змінні, які входять до складу формули F.
3) Тотожності 8 і 9 поглинають формули $x \wedge \bar{x}$, крім випадку, коли $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ тотожно дорівнює нулю.
4) Тотожність 1 поглинає однакові множники, а тотожності 2 і 3 лексикографічно впорядковують змінні в елементарних множниках $\overline{\tilde{x}_{i_1} \wedge \tilde{x}_{i_2} \wedge \ldots \wedge \tilde{x}_{i_k}}$.
5) Легко переконатися, що повні елементарні множники приймають значення нуль тільки на одному наборі змінних.
6) Два повні елементарні множники утворюють тотожність тоді і тільки тоді, коли вони лексикографічно співпадають.

У фільтрі B_1 повна система тотожностей довільної алгебри складається з тотожностей алгебри U_{12} і відповідних сигнатурних тотожностей. Наприклад, повна система тотожностей $U_{31} = \langle A, 0, 1, \neg, \wedge, \oplus \rangle$ складається із $R(U_{12})$ і сигнатурних тотожностей $0 = x\bar{x}$, $1 = x \vee \bar{x}$, $x \oplus y = \overline{\bar{x}y} \wedge \overline{\bar{x}y}$. Для перевірки того, що формули F_1, F_2 утворюють тотожність, у алгебрі U_{31} досить з цих формул, за допомогою сигнатурних тотожностей, виключити операції 0, 1, $x \oplus y$. У результаті отримаємо формули F_1^*, F_2^*. Зрозуміло, що $F_1^* = F_2^* \in R(U_{12})$ тоді і тільки тоді, коли $F_1 = F_2 \in R(U_{31})$. Аналогічно знаходяться повні системи тотожностей решти алгебр фільтра B_1.

35. Алгебра $U_{12} = \langle A, \neg, \wedge \rangle$. $H(U_{12}) = R(U_{12}) = \{$система тотожностей (1)$\}$.
36. Алгебра $U_{44} = \langle A, \neg, \wedge, \oplus \rangle$. $H(U_{44}) = \left\{ H(U_{12}),\, x \oplus y = \overline{\overline{\bar{x}y} \wedge y\bar{x}} \right\}$.
37. Алгебра $U_{28} = \langle A, \neg, \wedge, \vee \rangle$. $H(U_{28}) = \{H(U_{12}),\, x \vee y = \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}}\}$.
38. Алгебра $U_{14} = \langle A, 1, \neg, \wedge \rangle$. $H(U_{28}) = \left\{H(U_{12}),\, 1 = \overline{\bar{x} \wedge E}\right\}$.
39. Алгебра $U_{13} = \langle A, 0, \neg, \wedge \rangle$. $H(U_{28}) = \{H(U_{12}),\, 0 = \bar{x} \wedge E\}$.
40. Алгебра $U_{60} = \langle A, \neg, \wedge, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{60}) = \{H(U_{44}),\, E \vee y = \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}}\}$.

41. Алгебра $U_{46} = \langle A, 1, \neg, \wedge, \oplus\rangle$. $H(U_{46}) = \{H(U_{44}),\ 1 = \overline{\bar{x} \wedge x}\}$.
42. Алгебра $U_{45} = \langle A, 0, \neg, \wedge, \oplus\rangle$. $H(U_{45}) = \{H(U_{44}),\ 0 = \bar{x} \wedge x\}$.
43. Алгебра $U_{30} = \langle A, 1, \neg, \wedge, \vee\rangle$. $H(U_{30}) = \{H(U_{28}),\ 1 = \overline{\bar{x} \wedge x}\}$.
44. Алгебра $U_{29} = \langle A, 0, \neg, \wedge, \vee\rangle$. $H(U_{29}) = \{H(U_{28}),\ 0 = \bar{x} \wedge x\}$.
45. Алгебра $U_{15} = \langle A, 0, 1, \neg, \wedge\rangle$. $H(U_{15}) = \{H(U_{28}),\ 1 = \overline{\bar{x} \wedge x}\}$.
46. Алгебра $U_{62} = \langle A, 1, \neg, \wedge, \vee, \oplus\rangle$. $H(U_{62}) = \{H(U_{60}),\ 1 = \overline{\bar{x} \wedge x}\}$.
47. Алгебра $U_{61} = \langle A, 0, \neg, \wedge, \vee, \oplus\rangle$. $H(U_{61}) = \{H(U_{60}),\ 0 = \bar{x} \wedge x\}$.
48. Алгебра $U_{47} = \langle A, 0, 1, \neg, \wedge, \oplus\rangle$. $H(U_{47}) = \{H(U_{45}),\ 1 = \overline{\bar{x} \wedge x}\}$.
49. Алгебра $U_{31} = \langle A, 0, 1, \neg, \wedge, \vee\rangle$. $H(U_{31}) = \{H(U_{30}),\ 0 = \bar{x} \wedge x\}$.
50. Алгебра $U_{63} = \langle A, 0, 1, \neg, \wedge, \vee, \oplus\rangle$. $H(U_{63}) = \{H(U_{61}),\ 1 = \overline{\bar{x} \wedge x}\}$.

Знайдемо повні системи тотожностей класу функціонально повних алгебр, які входять у фільтр алгебри $U_{20} = \langle A, \neg, \vee\rangle$. Алгебри, що входять до фільтру B_2 утворюють чотиримірний сигнатурний куб, який ізоморфний решітці фільтру алгебр B_1.

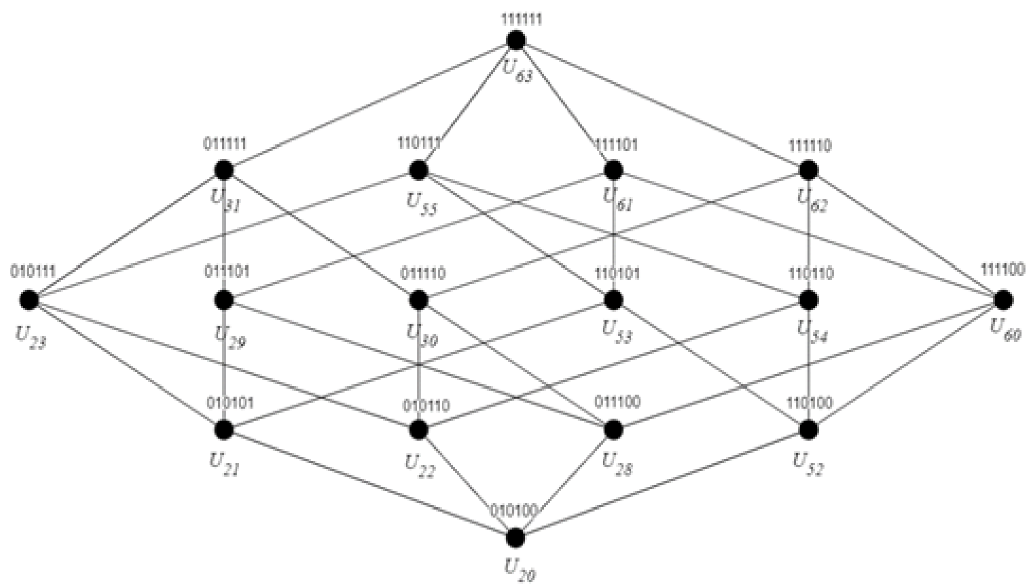

Рис. 3. Алгебри фільтра B_2.

Припущення 2. *Система тотожностей 1–10 є повною для алгебри* $U_{20} = \langle A, \neg, \vee\rangle$.

1. $x \vee x = x$,
2. $x \vee y = y \vee x$,
3. $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$,
4. $\bar{\bar{x}} = x$,
5. $x \vee \bar{x} = y \vee \bar{y}$, (2)
6. $\overline{x \vee \overline{y \vee z}} = \overline{x \vee \bar{y}} \vee \overline{x \vee \bar{z}}$,
7. $\overline{x \vee y} = \overline{x \vee y \vee z} \vee \overline{x \vee y \vee \bar{z}}$,
8. $\overline{x \vee x \vee \bar{x}} = \overline{x \vee \bar{x}}$,
9. $y \vee \overline{x \vee \bar{x}} = E$,
10. $x = \overline{\bar{x} \vee y} \vee \overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$.

Формули вигляду $\overline{\tilde{x}_{i_1} \vee \tilde{x}_{i_2} \vee \ldots \vee \tilde{x}_{i_k}}$ де $\tilde{x}_{i_k} = x_{i_k}$ або $\tilde{x}_{i_k} = \overline{x_{i_k}}$ будемо називати елементарними доданками, а елементарні доданки, що містять всі змінні формули F — повними.

Алгоритми побудови аналогу досконалої диз'юнктивної нормальної форми для формул алгебр $U_{20} = \langle A, \neg, \vee \rangle$.

1. Використовуючи тотожності 4 і 6 добиваємося того, що у формулі F над кожною диз'юнкцією заперечення зберігається не більше одного разу.
2. Тотожність 7 дає можливість зробити всі доданки повними.
3. Тотожності 8 і 9 поглинають формулу $x \vee \bar{x}$, крім випадку коли $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ тотожно дорівнює одиниці.
4. Тотожність 1 поглинає однакові доданки, а 2 і 3 лексикографічно впорядковують змінні в елементарних доданках.
5. Повні елементарні доданки приймають одиницю тільки на одному наборі змінних.
6. Два повні елементарні доданки утворюють тотожність тоді і тільки тоді, коли вони лексикографічно співпадають.
7. Використовуючи таблиці фільтрів і сигнатурних тотожностей (табл. 1) побудуємо повні системи тотожностей алгебр, що належать фільтру B_2.

Знайшовши повну систему тотожностей алгебри U_{20} отримаємо повні системи тотожностей алгебр U_{52}, U_{38}, U_{21}, U_{54}, U_{53}, U_{23}, U_{55}, приєднавши до $R(U_{20})$ відповідні сигнатурні тотожності. Повні системи тотожностей алгебр U_{28}, U_{60}, U_{62}, U_{61}, U_{31}, U_{63}, U_{30}, U_{29} знайдені, так як вони входять до складу B_1.

51. Алгебра $U_{20} = \langle A, \neg, \vee \rangle$. $H(U_{20}) = \{$система тотожностей (2)$\}$.
52. Алгебра $U_{52} = \langle A, \neg, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{44}) = \{H(U_{20}),\ x \oplus y = \overline{x \vee \bar{y}} \vee \overline{\bar{x} \vee y}\}$.
53. Алгебра $U_{38} = \langle A, 1, \neg, \vee \rangle$. $H(U_{38}) = \{H(U_{20}),\ 1 = x \vee \bar{x}\}$.
54. Алгебра $U_{21} = \langle A, 0, \neg, \vee \rangle$. $H(U_{21}) = \{H(U_{20}),\ 0 = \overline{x \vee \bar{x}}\}$.
55. Алгебра $U_{54} = \langle A, 1, \neg, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{54}) = \{H(U_{52}),\ 1 = x \vee \bar{x}\}$.
56. Алгебра $U_{53} = \langle A, 0, \neg, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{53}) = \{H(U_{52}),\ 0 = \overline{x \vee \bar{x}}\}$.
57. Алгебра $U_{23} = \langle A, 0, 1, \neg, \vee \rangle$. $H(U_{23}) = \{H(U_{21}),\ 1 = x \vee \bar{x}\}$.
58. Алгебра $U_{55} = \langle A, 0, 1, \neg, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{23}) = \{H(U_{23}),\ x \oplus y = \overline{x \vee \bar{y}} \vee \overline{\bar{x} \vee y}\}$.

Перейдемо до алгебр фільтра B_3, алгебри якого зображені на рис. 4.

Наведемо повну систему тотожностей алгебри Жегалкіна $U_{42} = \langle A, 1, \wedge, \oplus \rangle$.

1. $x \oplus x = x \oplus y$,
2. $x \oplus y = y \oplus x$,
3. $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$,
4. $y \oplus x \oplus x = y$,
5. $(x \oplus y) \wedge z = x \wedge z \oplus y \wedge z$, (3)
6. $x \wedge x = x$,
7. $x \wedge y = y \wedge x$,
8. $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$,
9. $x \wedge 1 = x$.

За допомогою цих тотожностей довільну формулу цієї алгебри можна перетворити в поліном Жегалкіна.

59. Алгебра $U_{42} = \langle A, 1, \wedge, \oplus \rangle$. $H(U_{42}) = \{$система тотожностей (3)$\}$.
60. Алгебра $U_{43} = \langle A, 0, 1, \wedge, \oplus \rangle$. $H(U_{43}) = \{H(U_{42}),\ 0 = 1 \oplus 1\}$.
61. Алгебра $U_{58} = \langle A, \neg, \wedge, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{58}) = \{H(U_{50}),\ xy = (x \oplus y) \oplus (x \vee y)\}$.
62. Алгебра $U_{59} = \langle A, 0, 1, \wedge, \vee, \oplus \rangle$. $H(U_{59}) = \{H(U_{58}),\ 0 = 1 \oplus 1\}$.

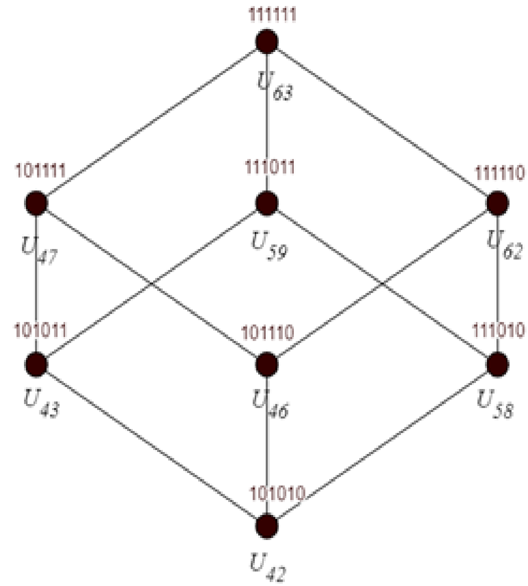

Рис. 4. Алгебри фільтра B_3.

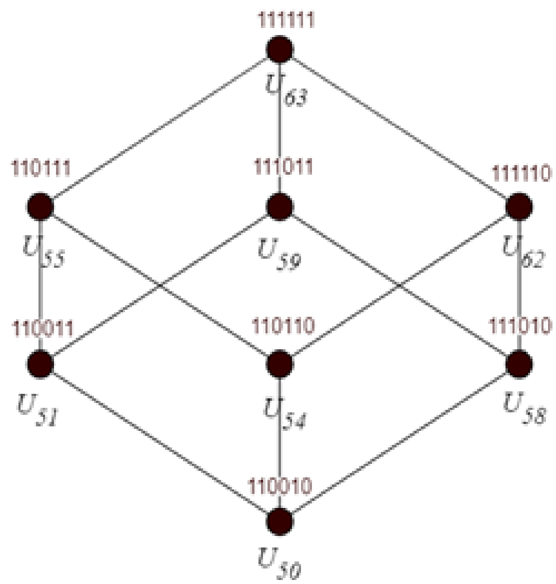

Рис. 5. Алгебри фільтра B_4.

Перейдемо до алгебр фільтра B_4. Для алгебр U_{50} і U_{51} повні системи тотожностей не знайдені. Решта алгебр цього фільтру входять до складу попередніх фільтрів.

3. Висновки. Проведені еквандіональні дослідження класу алгебр M_6 показали, що у цьому класі не існує еквандіонально еквівалентних алгебр. А також у класі M_6 існує двадцять два еквандіональні кластери: двадцять один кластер для функціонально неповних алгебр та один кластер для функціонально повних.

Список використаної літератури

1. Birkhoff G. On the structure of abstract algebras. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 1935. Vol. 31.

P. 433–454.
2. Мич І. А., Ніколенко В. В., Варцаба О. В. Еквацiональне описання функцiонально неповних алгебр. *Наук. вiсник Ужгород. ун-ту. Сер. «Математика i iнформатика».* 2023. Вип. 1, № 42. С. 194–201. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42(1).194-201
3. Мич І. А., Ніколенко В. В. Повнi системи тотожностей в одному класi алгебр. *Наук. вiсник Ужгород. ун-ту. Сер. «Математика i iнформатика».* 2017. Вип. 1, № 30. С. 79–86. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2017.1(30).79-86
4. Мич І. А., Ніколенко В. В. Еквацiональна решiтка одного класу алгебр. *Наук. вiсник Ужгород. ун-ту. Сер. «Математика i iнформатика».* 2018. Вип. 2, № 33. С. 109–113. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2018.2(33).109-113
5. Варцаба О. В., Мич І. А., Ніколенко В. В., Денис В. С. Еквацiональнi дослiдження нульарних алгебр, алгебр булевого кубу та кубу Жегалкiна. *Наук. вiсник Ужгород. ун-ту. Сер. «Математика i iнформатика».* 2021. Вип. 2, № 37. С. 142–149. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2(37).142-149

Mych I. A., Nikolenko V. V., Vartsaba O. V. Equational description of functionally complete Boolean algebras.

The paper continues the equational investigation of the universal algebras of the class M_6. The class M_6 consists of thirty-four functionally incomplete and thirty functionally complete algebras. Complete systems of identities for all functionally incomplete algebras were found in previous works. These algebras form seventeen one-element, one two-element, one three-element, and two six-element equational clusters. Functionally complete class algebras form one thirty-element cluster. Complete systems of identities have been found for it.

Keywords: equationality, complete system of identities, signature identity, equational cluster, functionally complete algebra.

References

1. Birkhoff, G. (1935). On the structure of abstract algebras. *Proc. Cambridge Philos. Soc.,* 31, 433–454.
2. Mych, I. A., Nykolenko, V. V., & Vartsaba, O. V. (2023). Equational description of functionally incomplete Boolean algebras. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Ser. Of Mathematics and Informatics,* 1(42), 194–201. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2023.42(1).194-201 [in Ukrainian].
3. Mych, I. A., & Nykolenko, V. V. (2017). Complete identity systems in a class of algebras. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Ser. Of Mathematics and Informatics,* 1(30), 79–86. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2017.1(30).79-86 [in Ukrainian].
4. Mych, I. A., & Nykolenko, V. V. (2018). Equivalent lattice of one class of algebra. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University,* 2(33), 109–113. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2018.2(33).109-113 [in Ukrainian].
5. Vartsaba, O. V., Mych, I. A., Nykolenko, V. V., & Dynys, V. S. (2021). Equational investigation of zero algebras, algebras of a boolean cube and a zhegalkin cube. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Ser. Of Mathematics and Informatics,* 2(37), 142–149. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.2(37).142-149 [in Ukrainian].

Одержано 10.05.2023