УДК 519.71: 517.97
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2024.44(1).168-174

Д. І. Симонов[1], Б. Ю. Заіка[2]

[1] Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України,
молодший науковий співробітник,
доктор філософії
denys.symonov@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6648-4736

[2] Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України,
zaikabohdan5@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0009-0001-9567-8361

МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІННЯ СКЛАДНИМИ ІНФОРМАЦІЙНИМИ БАГАТОКОМПОНЕНТНИМИ СИСТЕМАМИ

Поняття складності має різноманітні аспекти, включаючи математичні моделі, невизначеність та синергетичні ефекти. Визначення критеріїв складності детермінованих систем залишається проблемою через її багатозначність. У цій статті розглядається моделювання лінійних та дисипативних динамічних систем. Лінійні системи описуються матрицями та функціями, що визначають залежності між станом, «входом» та «виходом» системи. Дослідження дисипативних систем важливе для уточнення моделей складних систем, оскільки враховує явища дисипації енергії. Аналіз типів атракторів дисипативних систем та їх властивостей допомагає розуміти поведінку системи в різних умовах. Врахування впливу початкових умов та реакції системи на випадкові величини є ключовим аспектом для ефективного управління складними системами.

Ключові слова: моделі, багатокомпонентні системи, динамічні системи, дисипативні динамічні системи, атрактори, хаос, рівновага системи.

1. Вступ. Огляд сучасних джерел [1–4] свідчить, що при формулюванні поняття «складна система» автори роблять акцент на двох ключових аспектах: структурі та поведінці системи. Загалом, уявлення більшості авторів зводиться до того, що складна система відрізняється унікальною структурою та непередбачуваною поведінкою. Така система складається з множини взаємопов'язаних елементів і є складною для опису, розуміння та управління.

Незважаючи на широке використання терміну "складні системи на сьогоднішній день відсутні чіткі критерії для оцінки та порівняння детермінованих систем за складністю. Це зумовлено тим, що саме поняття складності є багатозначним і може бути розглянуте як атрибут, так і сутнісне поняття. Приклади складності можуть включати: складність обчислень, топологічну складність графа, технологічну складність інтерфейсу, складність управління рухомими об'єктами, апроксимацію рельєфу, алгоритмічну складність, складність генетичного коду, складність випадкових взаємодій, складність нелінійних процесів та інші.

2. Проблема моделювання процесів багатокомпонентних систем. Розуміння складних систем, які змінюються між різними станами та саморегулюються за допомогою потоків [5–6], дає можливість досліджувати динамічні системи з чіткою або не повністю визначеною поведінкою.

Основною ознакою складних багатокомпонентних систем є розвинена багаторівнева структура взаємодії підсистем та елементів усередині підсистем. На рисунку 1 зображено узагальнену структурну декомпозицію багатовимірних динамічних систем.

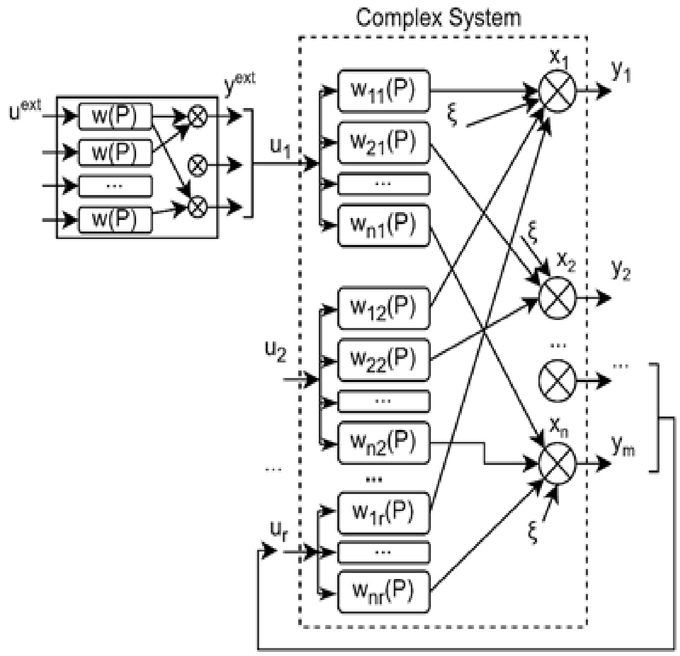

Рис. 1. Структурна декомпозиція багатовимірних динамічних систем.

Аналізуючи рисунок 1, можна зробити припущення, що складним багатокомпонентним системам властива наступна низка ознак:

– розвинена структура з псевдоієрархічним розподілом, де взаємодія відбувається не лише згори донизу, але й у зворотному напрямку, та вимагає впровадження адаптивних інтелектуальних систем управління з гнучкою структурою [7];
– множина описів можливих математичних моделей складних систем та необхідність використання методів і алгоритмів ранжування та вибору реалізації системної моделі;
– різноманітні форми невизначеності ξ [8], що призводять до непередбачуваних динамічних процесів та виникають в складних системах під впливом взаємодії підсистем;
– наявність синергетичного ефекту, що призводить до багатоваріантної поведінки підсистем та їх елементів.

Початкове моделювання процесів цільового управління складними інформаційними багатокомпонентними системами різного призначення зазвичай розпочинається з моделювання детермінованої динамічної системи з кількох причин:

– по-перше, детерміновані моделі дозволяють легше розуміти та аналізувати основні принципи функціонування системи, оскільки вони базуються на чітких математичних взаємозв'язках. Це допомагає ідентифікувати ключові фактори та взаємозв'язки між компонентами системи, що може бути корисним для подальшого розвитку більш складних моделей.

– по-друге, моделювання детермінованих динамічних систем сприяє створенню базової структури, яка може служити основою для подальшого вдосконалення та оптимізації моделей. Це особливо корисно в контексті складних інформаційних систем, де принципи функціонування може бути важко визначити через велику кількість компонентів та їхні взаємозв'язки.

Початкова детермінована модель дозволяє розширити розуміння системи та визначити ключові аспекти, які необхідно врахувати для досягнення поставленої мети управління. Такий початковий підхід створює основу для подальшого вдосконалення та адаптації моделі до реальних умов та вимог управління.

Припустимо, що ми розглядаємо лінійну динамічну систему, яка має дві важливі властивості:

– по-перше, вона повністю керована, що означає, що ми маємо повний контроль над усіма її входами та можемо маніпулювати ними за нашим бажанням;
– по-друге, ця система є повністю спостережуваною, що означає, що ми маємо доступ до інформації про всі її стани або виходи у будь-який момент часу.

Лінійна динамічна система (рисунок 1) буде мати вигляд (1)–(2), де A, B, C — незмінні матриці, відповідно:

$$x\left(t+1\right) = A \cdot x\left(t\right) + B \cdot u\left(t\right), \tag{1}$$

$$y\left(t\right) = C \cdot x\left(t\right), \tag{2}$$

де $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор стану системи; $u \in \mathbb{R}^r$ — вектор «входу»; $y \in \mathbb{R}^m$ — вектор «виходу»; $n \gg 1$, $m \cdot r \geq n$; матриці $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ мають повний ранг.

Спектр матриці $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ буде мати значення (3):

$$Spec(A) = \left\{\lambda_i \in \mathbb{C} |\ \det\left(A - \lambda_i \cdot I_n\right) = 0,\ i = \overline{1,n}\right\}, \tag{3}$$

де $\mathbb{C}$ — простір комплексних чисел; I_n — одинична матриця розміру $n \times n$.

Рівняння зміни вхідного сигналу (вектор «входу») u_i від часу t буде мати вигляд:

$$u_i\left(t\right) = F_i\left(t,\ \left(y_i\left(t - \Delta t\right), u_i\left(t - \Delta t\right)\right)\right), \tag{4}$$

де F_i — функція, що визначає залежність «вхідного» сигналу від стану системи («виходу») на попередньому етапі та зовнішніх факторів.

Розгляд детермінованих динамічних систем важливий, але часто є недостатнім для повного моделювання складних багатокомпонентних систем. Це пояснюється тим, що багатокомпонентні системи можуть включати в себе велику кількість елементів, що взаємодіють між собою із складними структурами зв'язків та поведінки. Детерміновані моделі не завжди в змозі врахувати всі аспекти цієї взаємодії, що призводить до втрати точності та реалістичності результатів. Водночас дисипативні динамічні системи враховують явища дисипації енергії, які можуть бути критичними для правильного опису поведінки складних систем. Це важливо, оскільки дисипація може впливати на стійкість системи, зміну її режимів роботи та загалом динаміку системи відповідно до її фізичних властивостей. Таким чином, розгляд дисипативних динамічних систем є необхідним для отримання більш повного та реалістичного уявлення про складні багатокомпонентні системи.

Припустимо, що $u(0) = u_0$ та B — матриця, що визначається гладкою функцією, то рішення (4) для часу t існує для будь-якого t у кожній точці фазового простору.

Знайдемо величину зміни «вхідного» сигналу:

$$\Delta\Psi = \prod_i \Delta u_i, t \to 0, \tag{5}$$

відповідно,

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\Delta\Psi\right)}{dt} &= \frac{d\left(\Delta u_1\right)}{dt} \cdot \prod_{i>1} \Delta u_i + \frac{d\left(\Delta u_2\right)}{dt} \cdot \prod_{i>2} \Delta u_i + \ldots = \\ &= \prod_i \Delta u_i \cdot \frac{d\left(\Delta u_1\right)}{dt} \cdot \frac{1}{\Delta u_1} + \prod_i \Delta u_i \cdot \frac{d\left(\Delta u_2\right)}{dt} \cdot \frac{1}{\Delta u_2} + \ldots \end{aligned} \tag{6}$$

Враховуючи (5) та (6), отримаємо:

$$\frac{d\left(\Delta\Psi\right)}{dt} = \Delta\Psi \cdot \sum_i \frac{1}{\Delta u_i} \cdot \frac{d\left(\Delta u_i\right)}{dt},$$

або

$$\Lambda \equiv \frac{1}{\Delta\Psi} \cdot \frac{d\left(\Delta\Psi\right)}{dt} = \sum_i \frac{1}{\Delta u_i} \cdot \frac{d\left(\Delta u_i\right)}{dt}. \tag{7}$$

Якщо $\Delta u_i = \frac{\partial u_i}{\partial u_i(0)} \cdot u_i(0)$, то $\frac{d(\Delta u_i)}{dt} = \Delta u_i(0) \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial u_i(0)}$, отже в момент часу $t \to 0$ рівняння (7) буде мати вигляд:

$$\Lambda \left|_{t\to 0}\right. = \sum_i \frac{\Delta u_i\left(0\right)}{\Delta u_i} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial u_i(0)} \left|_{t\to 0}\right. = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F_i}{\partial u_i} = div\, F. \tag{8}$$

Вважаючи, що $t \to \infty$, то всі рішення дисипативних динамічних систем зосереджені в деякій підмножині рішень (атрактори), відповідно $div\, F = 0$.

Атрактори дисипативних динамічних систем бувають трьох основних типів: стійка стаціонарна точка, стійкий граничний цикл та інваріантний тор. Для чіткої диференціації цих типів атракторів необхідні чіткі критерії, які також мають бути здатні розрізняти регулярний та хаотичний рух системи. Враховуючи, що хаотичність зумовлена нестійкістю фазових траєкторій, які розходяться з часом, то міра їх розбіжності слугує логічним критерієм для опису динамічної системи.

Припустимо, що в час $t = 0$ існує дві фазові точки стану системи $x_1(0)$ і $x_2(0)$, з яких починається еволюційний розвиток багатокомпонентної системи, яка суворо залежить від початкових умов ($t > 0$). Якщо розвиток системи буде мати вплив малої випадкової величини ξ, то виникне розбіжність між станом точок $x_1(t)$ і $x_2(t)$:

$$l(t) = |\xi(t)| = |x_1(t) - x_2(t)| > 0. \tag{9}$$

Вважаючи, що багатокомпонентні системи зазвичай функціонують в довготривалих періодах ($t \to \infty$), то середня швидкість експоненційного розбігу траєкторій, незважаючи на тип режиму функціонування системи (хаотичний або регулярний), буде мати вигляд:

$$h \approx \lim_{\substack{l(0) \to 0 \\ t \to \infty}} \frac{1}{t} \ln \frac{l(t)}{l(0)}, \tag{10}$$

де h — ентропія Колмогорова-Сіная [9].

Відповідно, якщо:

– $l(t) \to 0,\ h < 0$ — система має стійку стаціонарну точку;

– $l(t) \to 0,\ h > 0$ — система має хаотичний характер поведінки.

Враховуючи (8), рівняння (1) для n-ітерацій буде мати вигляд:

$$x\left(t+2\right) = A^2 \cdot x\left(t\right) + \left(1+A\right) \cdot B \cdot u\left(t\right),$$

$$x\left(t+3\right) = A^3 \cdot x\left(t\right) + \left(A^2+A+1\right) \cdot B \cdot u\left(t\right),$$

$$\ldots,$$

$$x\left(t+n\right) = A^n \cdot x\left(t\right) + B \cdot u\left(t\right) \cdot \left(1 + \sum_{n=0}^{n} A^{n-1}\right). \tag{11}$$

Відповідно, рівняння (2) буде мати вигляд:

$$y\left(t+n\right) = C \cdot \left(A^n \cdot x\left(t\right) + B \cdot u\left(t\right) \cdot \left(1 + \sum_{n=0}^{n} A^{n-1}\right)\right). \tag{12}$$

Рівняння (11)–(12) забезпечують підґрунтя для подальшого аналізу нелінійної динамічної системи.

Як було зазначено, рівняння (10) передбачає самобалансування динамічної системи, тобто в процесі тривалого функціонування система повертається в стан рівноваги. Але, якщо для керування системою є критичною можливість виникнення хаотичної поведінки (суттєвого впливу випадкової величини ξ), то рівняння (11) доцільно доповнити параметром коригуючого сигналу F_{contr}, який буде мати опосередкований вплив на «вхід» системи. Відповідно, рівняння (11) буде мати вигляд:

$$x\left(t+n\right) = A^n \cdot x\left(t\right) + B \cdot u\left(t\right) \cdot \left(1 + \sum_{n=0}^{n} A^{n-1}\right) + F_{contr},$$

або

$$x\left(t+n\right) = A^n \cdot x\left(t\right) + B \cdot u\left(t\right) \cdot \left(1 + \sum_{n=0}^{n} A^{n-1}\right) + l(t) \cdot e^{\ln \frac{l(t)}{l(0)}}. \tag{13}$$

В процесі планування системи керування багатокомпонентних динамічних систем (складних систем) необхідно розуміти, що ці системи є залежними від початкового стану системи. Ці системи можуть мати декілька атракторів, кожен з яких матимуть власний центр тяжіння, і значення $l(t)$ (відхилення від очікуваного стану рівноваги) буде залежати від в якій точці $x_1(0)$ виявиться система.

3. Висновки та перспективи подальших досліджень. У статті досліджено поняття складних систем, зокрема їх структура та поведінка, як ключові аспекти. Розглянуто процес моделювання процесів багатокомпонентних систем. Розглянуто лінійну динамічну систему та її характеристики, зокрема спектр матриці та зміну вхідного сигналу. Детерміновані моделі не завжди враховують всі аспекти складних багатокомпонентних систем, тому важливо було розглянути дисипативні динамічні системи. Атрактори цих систем можуть бути різних типів, включаючи стійкі стаціонарні точки та хаотичні цикли. Запропонований підхід відіграє важливу роль у розвитку керування складними системами, враховуючи їхню залежність від початкових умов, і забезпечує основу для адаптації до реальних умов та вимог управління, розглядаючи як системи з повним керуванням, так і спостережувані системи.

Список використаної літератури

1. Shan S., Zhang Z., Ji W., Wang H. Analysis of collaborative urban public crisis governance in complex system: A Multi-agent Stochastic Evolutionary Game Approach. *Sustainable Cities and Society.* 2023. Vol. 91. P. 104418. DOI: https://doi.org/10.1016/j.scs.2023.104418
2. Jin M., Sun K., He S. A novel fractional-order hyperchaotic complex system and its synchronization. *Chinese Physics B.* 2023. Vol. 32. P. 060501. DOI: https://doi.org/10.1088/1674-1056/acc0f6
3. Huang Z., Sun Y., Wang W. Generalizing Graph ODE for Learning Complex System Dynamics across Environments. *29th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* : Proceedings from 2023. P. 798–809. DOI: https://doi.org/10.1145/3580305.3599362
4. Shritika Waykar E. A. Innovations in Computational Approaches for Nonlinear Problems and Complex System Simulations. *Communications on Applied Nonlinear Analysis.* 2023. Vol. 31, No. 1. P. 34–51. DOI: https://doi.org/10.52783/cana.v31.298
5. Симонов Д. І. Алгоритм визначення оптимального потоку в ланцюгах постачання з урахуванням багатокритеріальних умов та стохастичності процесів. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки.* 2021. № 2. С. 109–116. DOI: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/2.15
6. Симонов Д. І. Аналіз потоку в мережі як метод оптимізації управління ланцюгом постачання. *Журнал обчислювальної та прикладної математики.* 2023. № 1. С. 5–14. DOI: https://doi.org/10.17721/2706-9699.2023.1.01
7. Shi P., Yan B. A Survey on Intelligent Control for Multiagent Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems.* 2021. Vol. 51, No. 1. P. 161–175. DOI: https://doi.org/10.1109/TSMC.2020.3042823
8. Симонов Д. І., Горбачук В. М. Метод пошуку рішень у динамічній моделі управління запасами за невизначеності. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки.* 2022. № 4. С. 31–39. DOI: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/4.4
9. Gutjahr T., Keller K. Ordinal Pattern Based Entropies and the Kolmogorov–Sinai Entropy: An Update. *Entropy.* 2020. Vol. 22, No. 1. P. 63. DOI: https://doi.org/10.3390/e220100

Symonov D. I., Zaika B. Y. Modeling the management of complex information multicomponent systems.

The concept of complexity has various aspects, including mathematical models, uncertainty and synergistic effects. Determining the criteria of complexity of deterministic systems remains a problem due to its multidimensionality. In this article, we consider the modeling of linear and dissipative dynamical systems. Linear systems are described by matrices and functions that define the dependencies between the state, "input" and "output" of the system. The study of dissipative systems is important for refining models of complex systems because it takes into account the phenomena of energy dissipation. The analysis of the types of attractors of dissipative systems and their properties helps to understand the behavior of the system under different conditions. Taking into account the influence of initial conditions and the system's response to random variables is key to the effective management of complex systems.

Keywords: models, multicomponent systems, dynamical systems, dissipative dynamical systems, attractors, chaos, system equilibrium.

References

1. Shan, S., Zhang, Z., Ji, W., & Wang, H. (2023). Analysis of collaborative urban public crisis governance in complex system: A Multi-agent Stochastic Evolutionary Game Approach. *Sustainable Cities and Society,* 91, 104418. https://doi.org/10.1016/j.scs.2023.104418
2. Jin, M., Sun, K., & He, S. (2023). A novel fractional-order hyperchaotic complex system and its synchronization. *Chinese Physics B.,* 32, 060501. https://doi.org/10.1088/1674-1056/acc0f6
3. Huang, Z., Sun, Y., & Wang, W. (2023). Generalizing Graph ODE for Learning Complex System Dynamics across Environments, *29th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining: Proceedings from 2023.* https://doi.org/10.1145/3580305.3599362
4. Shritika Waykar, E. A. (2023). Innovations in Computational Approaches for Nonlinear Problems and Complex System Simulations. *Communications on Applied Nonlinear Analysis,* 31(1), 34–51. https://doi.org/10.52783/cana.v31.298
5. Symonov, D. I. (2021). Algorithm for determining the optimal flow in supply chains taking into account multi-criteria conditions and stochasticity of processes. *Bulletin of Taras Shevchenko Kyiv National University. Series of physical and mathematical sciences,* (2), 109–116. DOI: https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/2.15 [in Ukranian].
6. Symonov, D. I. (2023). Network flow analysis as a method of optimizing supply chain management. *Journal of Computational and Applied Mathematics,* (1), 5–14. https://doi.org/10.17721/2706-9699.2023.1.01 [in Ukranian].
7. Shi, P., & Yan, B. (2021). A Survey on Intelligent Control for Multiagent Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems,* 51(1), 161–175. DOI: https://doi.org/10.1109/TSMC.2020.3042823
8. Symonov, D. I., & Gorbachuk, V. M. (2022). A method of finding solutions in a dynamic model of inventory management under uncertainty. *Bulletin of Taras Shevchenko Kyiv National University. Series of physical and mathematical sciences,* (4), 31–39. https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/4.4 [in Ukranian].
9. Gutjahr, T., & Keller, K. (2020). Ordinal Pattern Based Entropies and the Kolmogorov–Sinai Entropy: An Update. *Entropy,* 22(1), 63. https://doi.org/10.3390/e220100

Одержано 15.04.2024