УДК 519.217; 519.718; 519.837
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2024.45(2).9-17

С. В. Антонюк[1], **О. Л. Кириченко**[2]

[1] Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича,
доцент кафедри математичних проблем управління і кібернетики,
кандидат фізико-математичних наук
s.antoniuk@chnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5357-8987

[2] Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича,
асистент кафедри математичних проблем управління і кібернетики,
доктор філософії
o.kyrychenko@chnu.edu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0282-9958

НАБЛИЖЕНА ПОБУДОВА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ СТОХАСТИЧНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ ІТО-СКОРОХОДА З МАЛИМ ПАРАМЕТРОМ І МАРКОВСЬКИМИ ЗБУРЕННЯМИ

Одержана методика побудови синтезу оптимального керування для стохастичних динамічних систем зі всією передісторією з малим параметром з марковськими збуреннями. Доведено, що шукане керування можна знайти як оптимальне керування деякої допоміжної задачі оптимального керування відповідної стохастичної диференціально-функціональної системи. Побудовано алгоритм послідовного наближення ітерацій до оптимального керування.

Ключові слова: стохастичні динамічні системи Іто-Скорохода, Марковські збурення, оптимальне керування.

1. Вступ. Розглянемо задачу оптимального керування $\{x^u(t,\omega), J(u), \mathbf{U}\}$ з керовним випадковим процесом $x^u(t,\omega)$, узгодженим з потоком σ-алгебр $\{F_t,\ t \geq 0\}$, $J(u)$ — функціонал якості, $\mathbf{U}$ — множина допустимих керувань [1].

Означення 1. *F_t — вимірні функції $u(t) \in \mathbb{R}$, для яких визначена траєкторія руху $x(t,\omega)$ і скінченний функціонал $J(u)$, називаються допустимими керуваннями.*

Позначимо
$$v_J = \inf J(u), \quad u \in \mathbf{U}.$$

Задача оптимального керування якраз і полягає в знаходженні такого допустимого керування $u^0 \in \mathbf{U}$, для якого
$$J\left(u^0\right) = v_J. \tag{1}$$

При цьому, $u^0(t)$ називається оптимальним керуванням задачі $\{x^u(t,\omega), J(u), \mathbf{U}\}$.

Якщо оптимальне керування не існує або існує, але одержати його складно, виникає питання про побудову оптимального керування із заданою точністю.

Нехай, наприклад, задача керування містить малий параметр $\varepsilon > 0$ і задано точність керування $\tau(\varepsilon) > 0$.

Означення 2. *Допустиме керування $\widetilde{u^0}$, що задовольняє*

$$0 \leq J\left(\widetilde{u^0}\right) - v_J \leq \tau(\varepsilon),$$

назвемо $\tau(\varepsilon)$ — оптимальним керуванням задачі $\{x^u(t,\omega), J(u), \mathbf{U}\}$.

У монографії [1] розглянуто проблему синтезу оптимального керування стохастичними динамічними системами зі скінченною післядією і дифузійними збуреннями. В [2] розв'язується подібна задача для стохастичних динамічних систем Іто-Скорохода з пуассоновими збуреннями і нескінченною післядією. В даній роботі розв'язується проблема синтезу оптимального керування для стохастичних динамічних систем випадкової структури із зовнішніми збуреннями, пуассоновими перемиканнями і всією передісторією.

Нехай $\mathbb{R}^n$ — n-вимірний дійсний евклідовий простір і $1 \leq p < \infty$. X є простором історії, тобто простір $\mathbb{R}^n \times D^p_\rho$, де D^p_ρ — простір Скорохода локально обмежених неперервних справа, що мають лівосторонні границі, функцій $\varphi : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^n$ таких, що

$$\int\limits_0^\infty |\varphi(s)|^p \rho(s) ds < \infty.$$

Норма в просторі X вводиться наступним чином

$$\|\varphi\|_X \equiv \left(|\varphi(0)|^p + \int\limits_0^\infty |\varphi(s)|^p \rho(s) ds\right)^{1/p} \equiv \left(|\varphi(0)|^p + \|\varphi\|^p_\rho\right)^{1/p},$$

$$\|\varphi\|^p_\rho < \infty, \quad 1 \leq p < \infty.$$

Функція $\rho : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ називаєтья *функцією зі згладжуючою властивістю*, якщо вона задовольняє таким умовам:

1. ρ — сумовна в $\mathbb{R}^+$;
2. для $\forall z \geq 0$ справедливі нерівності

$$\overline{K}(z) \equiv ess \sup_{s \in \mathbb{R}^+} \frac{\rho(s+z)}{\rho(s)} \leq \overline{\overline{K}} < \infty;$$

$$\underline{K}(z) \equiv ess \sup_{s \in \mathbb{R}^+} \frac{\rho(s)}{\rho(s+z)} < \infty;$$

3. ρ — обмежена в $\mathbb{R}^+$;
4. $\rho > 0$ — строго додатня на $s \in (0, \infty)$;
5. $s\rho(s) \to 0$ коли $s \to \infty$.

Нехай $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} \equiv \{\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F},\ t \geq 0\}, \mathbf{P})$ — ймовірнісний базис [1]; $\{\xi(t),\ t \geq 0\}$ — марковський процес із значеннями в метричному просторі $\mathbf{Y} = \{y_1, \ldots, y_n\}$ з перехідною ймовірністю $\mathbf{P}(s, y, A)$, $A \subset \mathcal{B}_Y$; $\{\eta_k,\ k \geq 0\}$ — ланцюг Маркова в метричному просторі $\mathbf{H}$ з перехідною ймовірністю на k-му кроці $\mathbf{P}_k(h, G)$; $\{w(t),\ t \geq 0\}$ — $\mathbb{R}^n$-значний вінерів процес, узгоджений з потоком σ-алгебр $\{F_t,\ t \geq 0\}$, а $\{\tilde{\nu}(d\theta, dt) \equiv \nu(d\theta, dt) - t\Pi(d\theta)\}$ незалежна від нього центрована пуассонова міра на $(\Theta\times\mathbb{R}_+, \mathcal{Z}\times\mathcal{B}_+)$, для якої $\mathbf{E}\left\{\tilde{\nu}^2(d\theta\times dt)\right\}=\Pi(d\theta)dt$, де Π — деяка σ-скінченна міра на $\mathcal{Z}$.

Розглянемо задачу керування для стохастичної динамічної системи випадкової структури із зовнішніми збуреннями та усією передісторією

$$
\begin{gathered}
dx\left(t\right)=f_1\left(\gamma_1\right)a\left(t,x_t^u,\xi\left(t\right),u,\varepsilon\right)dt+f_2\left(\gamma_2\right)b\left(t,x_t^u,\xi\left(t\right),u,\varepsilon\right)dw\left(t\right)+ \\
+f_3\left(\gamma_3\right)\int\limits_{\Theta}c\left(t,x_t^u,\theta,\xi\left(t\right),u,\varepsilon\right)\tilde{\nu}\left(d\theta,dt\right),\quad \forall t\geq 0,
\end{gathered} \tag{2}
$$

з марковськими перемиканнями

$$
\begin{gathered}
\Delta x\Big|_{t=t_k}=x(t_k)-x(t_k-)=g\left(t_k-,x^{t_k-},\xi(t_k),\eta_k\right), \\
t_k\in S\equiv\left\{t_n\uparrow,\ n\in\mathbb{N}\right\},\quad \lim_{n\to\infty}t_n=+\infty.
\end{gathered} \tag{3}
$$

і початковими умовами

$$
\xi\left(t_0\right)=y\in\mathbf{Y},\quad x_{t_0}=\varphi,\quad \eta_{t_0}=h. \tag{4}
$$

Тут γ_1, γ_2 — випадкові величини, з функціями розподілу $F_{\gamma_1}(\cdot)$, $F_{\gamma_2}(\cdot)$ відповідно, незалежні від $\xi(t)$ і приростів вінерового процесу $\{w\left(s\right)-w\left(t\right),\, s\geq t\geq t_0\}$ та центрованої пуассонової міри $\{\tilde{\nu}\left(s,A\right)-\tilde{\nu}\left(t_0,A\right),\, s\geq t_0\}$, $f_1(\cdot)$, $f_2(\cdot)$ — деякі борелеві функції; векторнозначний функціонал $a:\mathbb{R}\times X\times Y\times\mathbf{U}\to\mathbb{R}^n$, матричнозначний функціонал $b:\mathbb{R}\times X\times Y\times\mathbf{U}\to M_n^n(\mathbb{R}^n)$ та векторнозначний функціонал $c:\mathbb{R}\times X\times\Theta\times Y\times\mathbf{U}\to\mathbb{R}^n$ — вимірні за сукупністю змінних і локально обмежені по t за другим аргументом, а процес $x_t=\left(x\left(t\right),x_t(s)\right)$

$$
x_t\left(s\right)=\begin{cases}x\left(t-s\right), & t_0\leq s\leq t,\\ \varphi\left(s-t\right), & s>t.\end{cases}
$$

Крім того, $\varphi_{t_0}\in X$ з ймовірністю 1 і $\varphi(t)$ не залежить від приростів вінерового процесу $\{w\left(s\right)-w\left(t\right),\, s\geq t\geq t_0\}$ та центрованої пуассонової міри $\{\tilde{\nu}\left(s,A\right)-\tilde{\nu}\left(t_0,A\right),\, s\geq t_0\}$ при кожному t.

В [3] встановлені умови існування і єдиності сильного розв'язку $x(t)$ задачі (2)–(4).

Введемо в розгляд функціонал якості $J\left(u\right)=J(0,\varphi_0)$, де

$$
J^u\left(t,\varphi\right)=E_{t,\varphi}\left\{F\left(x_T^u,\varepsilon\right)+\int\limits_t^T G\left(s,x_s^u,u\left(s,x_s^u\right),\varepsilon\right)ds\right\}, \tag{5}
$$

$$
F\left(\varphi,\varepsilon\right)\geq 0,\quad G\left(t,\varphi,\varepsilon\right)\geq 0.
$$

Розглянемо допоміжну задачу керування для $\left\{x^u\left(t,\omega\right),J\left(u\right),\mathbf{U}\right\}$ і позначимо її

$$
\{y^u\left(t,\omega\right),I\left(u\right),\mathbf{U}\}. \tag{6}
$$

Нехай керування $\widetilde{u^0}(t)$ — оптимальне керування задачі $\{y^u\left(t,\omega\right),I\left(u\right),\mathbf{U}\}$, тобто

$$
I\left(\widetilde{u^0}\right)=\inf I(u)\equiv v_I.
$$

Позначимо через

$$
\rho\left(J,I\right)\equiv\sup\left|J\left(u\right)-I\left(u\right)\right|,\quad \forall u\in\mathbf{U}. \tag{7}
$$

Лема 1. *Для задачі керування* (3)–(5) *мають місце наступні нерівності*

$$0 \leq \left| J\left(\widetilde{u^0}\right) - v_I \right| \leq \rho\left(J, I\right). \tag{8}$$

Доведення. З (7) випливає

$$\left| J\left(u\right) - I\left(u\right) \right| \leq \rho\left(J, I\right).$$

Звідси одержимо

$$-\rho\left(J, I\right) \leq J\left(u\right) - I\left(u\right) \leq \rho\left(J, I\right),$$

що еквівалентно

$$J\left(u\right) \leq I\left(u\right) + \rho\left(J, I\right),$$
$$I\left(u\right) \leq J\left(u\right) + \rho\left(J, I\right).$$

За означенням v_I і v_J, маємо

$$v_J \leq v_I + \rho\left(J, I\right),$$

$$v_I \leq v_J + \rho\left(J, I\right),$$

тобто $|v_J - v_I| \leq \rho\left(J, I\right)$.

Отже, $0 \leq \left| J\left(\widetilde{u^0}\right) - v_I \right| \leq \rho\left(J, I\right)$, що і доводить твердження.

Наслідок 1. *Нехай задача керування* $\left\{x^u\left(t, \omega\right), J\left(u\right), \mathbf{U}\right\}$ *містить малий параметр, а допоміжна задача керування* $\left\{y^u\left(t, \omega\right), I\left(u\right), \mathbf{U}\right\}$ *має оптимальне керування* $\widetilde{u^0}$*, таке, що*

$$\rho\left(J, I\right) \leq \tau(\varepsilon), \tag{9}$$

де $\tau(\varepsilon)$ — *точність.*

Тоді керування $\widetilde{u^0}$ *є* $\tau(\varepsilon)$*-оптимальним керуванням задачі* $\left\{x^u\left(t, \omega\right), J\left(u\right), \mathbf{U}\right\}$.

Доведення. З нерівностей (8) і (9) випливає, що

$$J\left(\widetilde{u^0}\right) - v_I \leq 2\rho\left(J, I\right) \leq 2\tau(\varepsilon).$$

Наслідок дає алгоритм наближеного синтезу оптимального керування для динамічних систем (2)–(4), які містять малий параметр ε.

Зазвичай, в ролі допоміжної задачі керування обираємо лінійну задачу керування типу (2)–(5) з $\varepsilon = 0$. В результаті одержимо нульове наближення до оптимального керування.

Розглянемо алгоритм побудови послідовності допоміжних задач керування, що дозволить реалізувати наближений синтез з заданою точністю $\tau(\varepsilon)$.

2. Рівняння Беллмана. Наближена побудова оптимального керування. Оптимальне керування $\widetilde{u^0}(t, \varphi)$ і вартість керування задачі (2)–(5) визначається з рівняння Беллмана [2]

$$\inf\left[L\left(t, \varphi, y, u, \varepsilon\right) v\left(t, \varphi\right) + G\left(t, \varphi, y, u, \varepsilon\right)\right] = 0, \quad \forall u \in \mathbf{U}, \tag{10}$$

де Lv — слабкий інфінітезимальний оператор на розв'язках задачі Коші (2)–(4).

$$L(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\,v(t,\varphi)=\frac{\partial}{\partial t}v_\varphi(t,x)+\big(\nabla v(t,x),a(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\big)+$$

$$+\frac{1}{2}\mathrm{Sp}\left[\nabla^2 v_\varphi(t,x)\,b(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\,b'(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\right]+$$

$$+\int\limits_\Theta\Big[v_\varphi\big(t,x+a(t,\varphi,y,\theta,u,\varepsilon)\big)-v(t,x)-\big(\nabla v(t,x),c(t,\varphi,y,\theta,u,\varepsilon)\big)\Big]\Pi(d\theta).$$

Тут «$'$» — операція транспонування вектора або матриці;

$$\nabla v\equiv\left(\frac{\partial v}{\partial x_1},\frac{\partial v}{\partial x_2},\dots,\frac{\partial v}{\partial x_n}\right)';\quad \nabla^2 v\equiv\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_i\partial x_j}\right),\quad i,j=\overline{1,n};$$

$\mathrm{Sp}\,A$ — слід матриці A; $(\cdot,\cdot)$ — скалярний добуток.

Припустимо, що існує така множина $V_0\subset\mathbf{V}$, що для довільного $v\in V_0$ існує керування $\widetilde{u^0}\in\mathbf{U}$, для якого досягається точна нижня межа в (10)

$$\inf\left[L(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\,v(t,\varphi)+G(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\right]=L\left(t,\varphi,y,\widetilde{u^0},\varepsilon\right)v(t,\varphi)+ \\ +G\left(t,\varphi,y,\widetilde{u^0},\varepsilon\right). \tag{11}$$

Розв'язок крайової задачі

$$L(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\,v(t,\varphi)+G(t,\varphi,y,u,\varepsilon)=0,$$

$$v(t,\varphi)=F(\varphi,\varepsilon), \tag{12}$$

співпадає з вартістю задачі керування (2)-(5), а оптимальне керування задається співвідношенням (11).

У (12) розкладемо в ряд по величини

$$v(t,\varphi)=v_0(t,\varphi)+\varepsilon v_1(t,\varphi)\dots \tag{13$_1$}$$

$$L\left(t,\varphi,y,\widetilde{u^0},\varepsilon\right)=L_0(t,\varphi,y)+\varepsilon L_1(t,\varphi,y)\dots \tag{13$_2$}$$

$$G\left(t,\varphi,y,\widetilde{u^0},\varepsilon\right)=G_0(t,\varphi,y)+\varepsilon G_1(t,\varphi,y)\dots \tag{13$_3$}$$

Підставимо (13_1)–(13_3) у (12), прирівняємо до нуля відповідні коефіцієнти при однакових степенях ε. Одержимо

$$\sum_{j=0}^{i}L_{i-j}(t,\varphi,y)v_j(t,\varphi)+G_i(t,\varphi,y)=0;\quad i=0,1,2,\dots \tag{14$_1$}$$

$$v_0(T,\varphi)=F(\varphi,\varepsilon);\quad v_i(T,\varphi)=0;\quad i=1,2,\dots \tag{14$_2$}$$

Оскільки керування u^0 залежить від усіх функціоналів v_i, $i=0,1,2,\dots$, то в рівностях (13_1)–(13_3) кожний з операторів $L_i(t,\varphi,y)$ і функціоналів $G_i(t,\varphi,y)$ також можуть залежати від v_i, $i=0,1,2,\dots$

Теорема 1. *Нехай оператор $L_i(t,\varphi,y)$ і функціонал $G_i(t,\varphi,y)$ залежать лише від скінченної кількості функціоналів v_j з номерами $j \le i$.*

Тоді співвідношення (14_1)–(14_2) *слід розглядати як систему рівнянь для послідовного знаходження функціоналів $v_0, v_1, \ldots, v_k$.*

Доведення. Якщо фунціонал v_0 визначається з рівняння $L_0 v_0 + G_0 = 0$, то функціонал v_1 визначаємо з (14_1), при $i = 1$: $L_0 v_1 + L_1 v_0 + G_1 = 0$. Функціонал v_2 визначаємо з (14_1), при $i = 2$: $L_0 v_1 + L_1 v_0 + L_0 v_2 + G_2 = 0$; ... ; функціонал v_k визначаємо з (14_1), при $i = k$: $\sum_{j=0}^{k} L_{i-j} v_j + G_k = 0$, що і доводить твердження.

Введемо величину $\delta_k(t,\varphi)$, яка визначається за знайденими $v_0, v_1, \ldots, v_k$:

$$\delta_k(t,\varphi,y) = \sum_{i=0}^{k} \varepsilon^i \left[\sum_{j=0}^{i} L_{i-j}(t,\varphi,y)\, v_j(t,\varphi) + G_i(t,\varphi,y) \right] -$$

$$-L(t,\varphi,y,u_k,\varepsilon)\, Q_k(t,\varphi) - G(t,\varphi,y,u_k,\varepsilon), \tag{15}$$

$$u_k \equiv u^0(t,\varphi,y,Q_k,\varepsilon);$$

$$Q_k \equiv v_0 + \varepsilon v_1 + \ldots + \varepsilon^k v_k. \tag{16}$$

З (14_1), (14_2), (15), (16) випливає, що

$$L(t,\varphi,y,u_k,\varepsilon)\, Q_k(t,\varphi) + G(t,\varphi,y,u_k,\varepsilon) + \delta_k(t,\varphi,y) = 0, \tag{17}$$

$$Q_k(T,\varphi) = F(\varphi,\varepsilon). \tag{18}$$

Порівнюючи (17), (18) з (12), одержимо, що u_k — оптимальне керування, а Q_k — функціонал Беллмана допоміжної задачі керування $\{x^u(t,\omega), I_k(u), \mathbf{U}\}$, де

$$I_k(u) \equiv J(u) + E_{0,\varphi_0} \int_0^T \delta_k(s, x_s^u, y)\, ds.$$

Теорема 2. *Якщо $\delta_k(t,\varphi,y) \equiv o\left(\varepsilon^{k+1}\right)$, то керування u_k за формулою* (17) *буде k-им наближенням до оптимального керування $\{x^u(t), J(u), \mathbf{U}\}$, тоді*

$$v(\varphi_0) = J(u_k) + o\left(\varepsilon^{k+1}\right).$$

Доведення випливає з наслідку 1.

Алгоритм послідовного наближення до оптимального керування задачі $\{x^u(t), J(u), \mathbf{U}\}$:

1. З рівнянь (14_1), (14_2) визначаємо функціонали $v_0,\ v_1, \ldots, v_k$.
2. За формулами (16) визначаємо оптимальне керування u_k.

Зауважимо, що п. 1, п. 2 не вимагають існування оптимального керування, не вимагаємо існування відповідного функціонала Беллмана.

Теорема 3. *Нехай функціонал*

$$\gamma_k(t,\varphi,y,u,\varepsilon) = L(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\, Q_k(t,\varphi) + G(t,\varphi,y,u,\varepsilon),$$

рівномірно по $t \in [0,T]$, $\varepsilon \le \varepsilon_0$ і $\|\varphi\| \le K$ задовольняє

$$\left|\gamma_k(t,\varphi,y,u_1,\varepsilon) - \gamma_k(t,\varphi,y,u_2,\varepsilon)\right| \le K\left|u_1 - u_2\right|.$$

Тоді в якості k-го наближення до оптимального керування можна обрати довільне допустиме керування таке, що

$$u = u_k + o\left(\varepsilon^{k+1}\right).$$

Доведення. Нехай $u_{1k}(t,\varphi)$ — деяке допустиме керування для якого

$$u_{1k}(t,\varphi) - u_k(t,\varphi) = o\left(\varepsilon^{k+1}\right).$$

Тоді для довільного керування $u \in \mathbf{U}$ маємо

$$L(t,\varphi,y,u,\varepsilon)\, Q_k(t,\varphi) + G(t,\varphi,y,u,\varepsilon) + \delta_k(t,\varphi,y) +$$

$$+\gamma_k(t,\varphi,y,u_{1k},\varepsilon) - \gamma_k(t,\varphi,y,u,\varepsilon) = 0.$$

Покладемо

$$\overline{\delta_k} \equiv \delta_k(t,\varphi,y) +_k (t,\varphi,y,u_{1k},\varepsilon) -_k (t,\varphi,y,u,\varepsilon) = 0,$$

$$Q_k(T,\varphi) = F(\varphi,\varepsilon).$$

Отже, одержуємо керування u_{1k} в якості оптимального керування $\{x^u(t,\omega), I_k(u), \mathbf{U}\}$, з функціоналом якості у формі (18) із заміною δ_k на $\overline{\delta_k}$.

Якщо $\delta_k(t,\varphi,y) \equiv o\left(\varepsilon^{k+1}\right)$, то і $\overline{\delta_k}\ (t,\varphi,y) \equiv o\left(\varepsilon^{k+1}\right)$. Таким чином,

$$0 \le J(u_{1k}) - v(\varphi_0) = o\left(\varepsilon^{k+1}\right).$$

3. Висновки. Досліджуючи реальні динамічні системи, наприклад, енергетичні системи, фінансові ринки, автоматизовані системи управління, доводиться досліджувати поведінку розв'язків систем нелінійних стохастичних диференціально-функціональних рівнянь з післядією при наявності постійно діючих випадкових збурень. У багатьох випадках неможливо обґрунтовано відмовитись від врахування післядії в математичній моделі, оскільки це призведе до погіршення точності прогнозування і планування. На жаль, математичні моделі, що враховують ефект післядії і постійно діючі випадкові збурення, дуже погано піддаються як якісному так і кількісному аналізу.

Керування стохастичними системами з післядією необхідне для ефективного функціонування складних динамічних систем в умовах невизначеності. А побудова оптимального керування дозволить досягти стабільності, надійності та економічної ефективності. Визначення достатніх умов існування оптимального керування і побудова оптимального керування залишаються актуальними. На жаль, для складних стохастичних динамічних систем оптимальне керування не існує або існує, але одержати його складно. Тому виникає питання про побудову оптимального керування із заданою точністю.

В даній роботі одержана методика побудови синтезу оптимального керування для стохастичних динамічних систем зі всією передісторією з малим параметром і марковськими збуреннями. А також, побудовано алгоритм послідовного наближення ітерацій до оптимального керування.

Список використаної літератури

1. Kolmanovskii V. B., Maizenberg T. L. Optimal control of stochastic hereditary systems. *Prikl. Mat. Mekh.* 1977. Vol. 41, No. 3. P. 31–38.

2. Антонюк С. В., Дорошенко І. В. Алгоритм побудови наближення до оптимального керування квазілінійними стохастичними динамічними системами Іто-Скорохода з малим параметром. *Науковий вісник Чернівецького ун-ту. Комп'ютерні системи та компоненти.* 2013. Вип. 3. С. 48–55.
3. Ясинський В. К., Антонюк С. В. Існування l-го моменту розв'язку стохастичних динамічних систем Іто-Скорохода випадкової структури з зовнішніми збуреннями та нескінченною післядією. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і інформатика».* 2020. Вип. 1, № 36. С. 41–54. DOI: https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.1(36).41-54
4. Антонюк С. В. Достатні умови існування оптимального керування для стохастичних динамічних систем Іто-Скорохода з нескінченною післядії. *Науковий вісник Чернівецького університету. Комп'ютерні системи і компоненти.* 2013. Т. 4, № 1. С. 58–61.
5. Korolyuk V. S., Limnios N. Semi-Markov Random Walk in Poisson Approximation Scheme. *Communications on statistics — Theory and methods.* 2005. Vol. 33, No. 3. P. 507–516. DOI: https://doi.org/10.1081/STA-120028681
6. Шайхет Л. Е. Об ε-оптимальном управлении квазилинейными интегральными уравнениями. *Теория случайных процессов.* 1986. Вып. 14. С. 121–130.
7. Frieĭdlin M. I. Markov Processes and Differential Equations: Asymptotic Problems. Lectures in Mathematics. ETH Zürich : Birkhäuser. Basel, 1998. 303 p.
8. Chang M.-H. Stochastic control of hereditary systems and applications. New York : Springer New York, 2008. 406 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-0-387-75816-9
9. Das A., Lukashiv T. O., Malyk I. V. Optimal Control Synthesis for Stochastic Dynamical Systems of Random Structure with the Markovian Switchings. *Journal of Automation and Information Sciences.* 2017. Vol. 49, No. 4. P. 37–47. DOI: https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v49.i4.40
10. Lukashiv T. O., Yasinskaya L. I., Yasinskiy V. K. Synthesis of the Optimal Control for Linear Stochastic Dynamical Systems with Finite Aftereffect and Poisson Disturbances. *Journal of Automation and Information Sciences.* 2008. Volume 40, Issue 10. P. 22–37. DOI: http://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v40.i10.20
11. Kloeden P. E., Platen E. Numerical Solution of Stochastic Differential Equations. Springer Berlin : Heidelberg, 1992. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-662-12616-5
12. Yin Q.-B., Shu X.-B., Guo Yu., Wang Z.-Y. Optimal control of stochastic differential equations with random impulses and the Hamilton–Jacobi–Bellman equation. *Optimal Control Applications and Methods.* 2024. No. 5. P. 2113–2135. DOI: https://doi.org/10.1002/oca.3139

Antoniuk S. V., Kyrychenko O. L. Approximate structure of optimal control for Ito-Skorokhod stochastic dynamic systems with small parameters and Markov disturbances.

The technique of construction of synthesis of optimum control for stochastic systems of functional-differential equations with all prehistory with small parameter and Markov disturbances is obtained. It is demonstrated, that the required control can be found as optimum control of some auxiliary problem.

Keywords: Ito-Skorokhod stochastic dynamic systems, Markov disturbances, optimal control.

References

1. Kolmanovskii, V. B., & Maizenberg, T. L. (1977). Optimal control of stochastic hereditary systems. *Prikl. Mat. Mekh.,* 41(3), 31–38.
2. Antoniuk, S. V., & Doroshenko, I. V. (2013). Algorithm for constructing an approximation to optimal control of quasilinear stochastic dynamical systems of Ito-Skorokhod with a small parameter. *Scientific Bulletin of Chernivtsi University. Computer Systems and Components,* 3, 48–55 [in Ukrainian].
3. Yasynskyi, V. K., & Antoniuk, S. V. (2020). Existence of l-th moment of solution of Ito-Skorokhod stochastic dynamic systems of random structure with external disturbances and all

prehistory. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics,* 1(36), 41–54. https://doi.org/10.24144/2616-7700.2020.1(36).41-54 [in Ukrainian].

4. Antoniuk, S. V. (2013). Sufficient conditions for the existence of optimal control for stochastic dynamical Ito-Skorokhod systems with infinite aftereffect. *Scientific Bulletin of Chernivtsi University. Computer Systems and Components,* 4(1), 58–61 [in Ukrainian].
5. Korolyuk, V. S., & Limnios, N. (2005). Semi-Markov Random Walk in Poisson Approximation Scheme. *Communications on statistics — Theory and methods,* 33(3), 507–516. https://doi.org/10.1081/STA-120028681
6. Shaikhet, L. E. (1986). On ε-optimal control of quasilinear integral equations. *Theory of random processes,* 14, 121–130 [in Russian].
7. Frieĭdlin, M. I. (1998). *Markov Processes and Differential Equations: Asymptotic Problems. Lectures in Mathematics.* ETH Zürich: Birkhäuser, Basel.
8. Chang, M.-H. (2008). *Stochastic control of hereditary systems and applications.* New York: Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-0-387-75816-9
9. Das, A., Lukashiv, T. O., & Malyk, I. V. (2017). Optimal Control Synthesis for Stochastic Dynamical Systems of Random Structure with the Markovian Switchings. *Journal of Automation and Information Sciences,* 49(4), 37–47. https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v49.i4.40
10. Lukashiv, T. O., Yasinskaya, L. I., & Yasinskiy, V. K. (2008). Synthesis of the Optimal Control for Linear Stochastic Dynamical Systems with Finite Aftereffect and Poisson Disturbances. *Journal of Automation and Information Sciences,* 40(10), 22–37. http://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v40.i10.20
11. Kloeden, P. E., & Platen, E. (1992). *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations.* Springer Berlin: Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-12616-5
12. Yi, Q.-B., Shu, X.-B., Guo, Yu., & Wang, Z.-Y. (2024). Optimal control of stochastic differential equations with random impulses and the Hamilton–Jacobi–Bellman equation. *Optimal Control Applications and Methods,* (5), 2113–2135. https://doi.org/10.1002/oca.3139

Одержано 20.10.2024