

УДК 512.544

DOI [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2025.46\(1\).72-78](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2025.46(1).72-78)**І. М. Порохнавець¹, І. В. Шапочка²**

¹ ДВНЗ «Ужгородський національний університет»,
аспірант кафедри алгебри та диференціальних рівнянь
ivan.porokhnavets@uzhnu.edu.ua
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3949-9155>

² ДВНЗ «Ужгородський національний університет»,
доцент кафедри інформаційних управляючих систем та технологій,
кандидат фізико-математичних наук
ihor.shapochka@uzhnu.edu.ua
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0904-7879>

ПРО ОПИСАННЯ ДЕЯКОГО КЛАСУ ЧЕРНІКОВСЬКИХ 3-ГРУП, ЩО Є РОЗШИРЕННЯМИ ПОВНОЇ АБЕЛЕВОЇ 3-ГРУПИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЦИКЛІЧНОЇ ГРУПИ ПОРЯДКУ 27

В даній роботі описуються з точністю до ізоморфізму, деякі черніковські 3-групи, що є розширеннями повних абелевих 3-груп з умовою мінімальності. Зокрема описуються всі такі розширення прямої суми 26-ти екземплярів адитивної, квазіциклічної 3-групи $\mathbb{C}_{3^\infty}$, за допомогою циклічної групи H порядку 27, і які визначаються зображенням Γ , де Γ пробігає наступну множину матричних $\mathbb{Z}_3$ -зображень $\{\Gamma_h^{(1)}, \Gamma_h^{(2)}, \Gamma_h^{(3)}, \Gamma_h^{(4)}\}$, що містять точно 3 незвідні $\mathbb{Z}_3$ -компоненти [2].

Підкреслимо, що в [2], описано всі неізоморфні черніковські p -групи, фактор-група яких за максимальною повною абелевою підгрупою є циклічною групою порядку p^d , де $d \leq 2$.

Ключові слова: черніковська група, матричне зображення групи, незвідна компонента зображення.

1. Вступ. Нехай $H = \langle h \rangle$ — циклічна група 27-го порядку, η, ξ, ε — первісні корені з 1 відповідно 27-го, 9-го та 3-го степенів. $\mathbb{Z}_3$ — кільце цілих 3-адичних чисел.

Розглянемо матричне $\mathbb{Z}_3$ -зображення групи H вигляду:

$$\Gamma : h \rightarrow \Gamma_h(0, u^n, t^m) = \begin{pmatrix} \tilde{\eta} & 0 & \langle t^m \rangle \\ 0 & \tilde{\xi} & \langle u^n \rangle \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де $t = \eta - 1$, $u = \xi - 1$, $n = 0, 1, \dots, 5$, $m = 0, 1, \dots, 17$.

$$\tilde{\eta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\xi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

— незвідні над $\mathbb{Z}_3$ матриці, порядків 18×18 , 6×6 та 2×2 відповідно. $\langle \delta \rangle_{18 \times 2}$ — матриця, що відповідає оператору множення на первісний корінь η в $\mathbb{Z}_3$ -базисі

$1, \eta, \dots, \eta^{17}$ кільця $\mathbb{Z}_3[\eta]$, $\langle u \rangle_{6 \times 2}$ — матриця, що відповідає оператору множення на первісний корінь ξ в $\mathbb{Z}_3$ -базисі $1, \xi, \dots, \xi^5$ кільця $\mathbb{Z}_3[\xi]$.

Надалі, всюди через $a_0, a_1, a_2, \dots$ будемо позначати твірні елементи квазіциклічної 3-групи $\mathbb{C}_{3^\infty}$, які задовольняють умовам $3a_0 = 0, 3a_i = a_{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots$). Якщо u — елемент квазіциклічної 3-групи $\mathbb{C}_{3^\infty}$, то для довільного натурального числа k через $u^{(k)}$ будемо позначати елемент групи $\mathbb{C}_{3^\infty}^k$ вигляду

$$\underbrace{(u, u, \dots, u)}_{k \text{ раз}}.$$

В розширенні $G(\mathbb{C}_{3^\infty}^{26}, H, \Gamma, m)$ розглянемо підгрупу $A(\Gamma)$, усіх систем факторів, якими визначаються розширення групи $\mathbb{C}_{3^\infty}^n$ за допомогою групи H , що відповідають $\mathbb{Z}_3$ -зображенню Γ ; утворюють групу відносно операції додавання системи факторів. $A(\Gamma)$ визначається наступним чином

$$A(\Gamma) = \{m \mid \Gamma(m) = m\}. \quad (2)$$

Також нехай $m = m(x, y, z)$, де $x = (x_1, x_2, \dots, x_{18}) \in \mathbb{C}_{3^\infty}^{18}$, $x_1, x_2, \dots, x_{18} \in \mathbb{C}_{3^\infty}$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_6) \in \mathbb{C}_{3^\infty}^6$, $y_1, y_2, \dots, y_6 \in \mathbb{C}_{3^\infty}$, $z = (z_1, z_2) \in \mathbb{C}_{3^\infty}^2$, $z_1, z_2 \in \mathbb{C}_{3^\infty}$.

2. Основний результат. Опишемо всі не ізоморфні розширення групи $\mathbb{C}_{3^\infty}^{26}$, що є розширенням прямої суми 26-ти екземплярів 3-групи $\mathbb{C}_{3^\infty}$, за допомогою групи H , і які визначаються зображенням Γ , де $\Gamma \in \{\Gamma_h^{(1)}, \Gamma_h^{(2)}, \Gamma_h^{(3)}, \Gamma_h^{(4)}\}$. Із [1, 3] слідує, що кожне таке розширення цілком визначається елементом m групи $\mathbb{C}_{3^\infty}$, що задовольняє умові $\Gamma(m) = m$.

Для матричного $\mathbb{Z}_3$ -зображення Γ , яке пробігає множину $\{\Gamma_h^{(1)}, \Gamma_h^{(2)}, \Gamma_h^{(3)}, \Gamma_h^{(4)}\}$, де

$$\Gamma : h \rightarrow \Gamma_h^{(1)} = \Gamma_h(0, 1, 1) = \begin{pmatrix} \tilde{\eta} & 0 & \langle 1 \rangle_{18 \times 2} \\ 0 & \tilde{\xi} & \langle 1 \rangle_{6 \times 2} \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon} \end{pmatrix},$$

$$\Gamma : h \rightarrow \Gamma_h^{(2)} = \Gamma_h(0, u, 1) = \begin{pmatrix} \tilde{\eta} & 0 & \langle 1 \rangle_{18 \times 2} \\ 0 & \tilde{\xi} & \langle u \rangle_{6 \times 2} \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon} \end{pmatrix},$$

$$\Gamma : h \rightarrow \Gamma_h^{(3)} = \Gamma_h(0, 1, t) = \begin{pmatrix} \tilde{\eta} & 0 & \langle t \rangle_{18 \times 2} \\ 0 & \tilde{\xi} & \langle 1 \rangle_{6 \times 2} \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon} \end{pmatrix},$$

$$\Gamma : h \rightarrow \Gamma_h^{(4)} = \Gamma_h(0, u, t) = \begin{pmatrix} \tilde{\eta} & 0 & \langle t \rangle_{18 \times 2} \\ 0 & \tilde{\xi} & \langle u \rangle_{6 \times 2} \\ 0 & 0 & \tilde{\varepsilon} \end{pmatrix},$$

має місце наступна теорема.

Теорема 1. Нехай

$$m_1(i, j, k) = \left((k \cdot 2a_0 - i \cdot 2a_1)^{(9)}, (ka_0 - ia_1)^{(9)}, (j \cdot 2a_0 - i \cdot 2a_1)^{(3)}, \right. \\ \left. (ja_0 - ia_1)^{(3)}, ia_0, -ia_0 \right),$$

$$m_2(i, j, k) = \left((k \cdot 2a_0 - i \cdot 2a_1)^{(9)}, (ka_0 - ia_1)^{(9)}, j \cdot 2a_0 + ia_0, \right. \\ \left. (j \cdot 2a_0)^{(2)}, (ja_0)^{(3)}, ia_0, -ia_0 \right),$$

$$m_3(i, j, k) = \left(ia_0 - ka_0, (k \cdot 2a_0)^{(8)}, (ka_0)^{(9)} (j \cdot 2a_0 - i \cdot 2a_1)^{(3)}, \right. \\ \left. (ja_0 - ia_1)^{(3)}, ia_0, -ia_0 \right),$$

$$m_4(i, j, k) = \left(ia_0 - ka_0, (k \cdot 2a_0)^{(8)}, (ka_0)^{(9)} ia_0 - ja_0, \right. \\ \left. (j \cdot 2a_0)^{(2)}, (ja_0)^{(3)}, ia_0, -ia_0 \right),$$

де $i, j, k \in \{0; 1; 2\}$.

Тоді

$$A \left(\mathbb{C}_{3\infty}^{26}, H, \Gamma_h^{(s)} \right) = \{m_s(i, j, k) \mid i, j, k = 0, 1, 2\}, \quad s = 1, 2, 3, 4.$$

Доведення. Проведемо доведення лише для $\mathbb{Z}_3$ -зображення $\Gamma_h^{(1)}$. Доведення інших випадків розглядається аналогічно.

За означенням групи (14), ця група складається з усіх таких елементів $m_1 \in \mathbb{C}_{3\infty}^{26}$, що виконується

$$\Gamma_h^{(1)}(m_1) = m_1.$$

Тоді із (14) слідує

$$\begin{cases} \tilde{\eta}x^T + \langle 1 \rangle_{18 \times 2} \cdot z^T = x^T, \\ \tilde{\xi}y^T + \langle 1 \rangle_{6 \times 2} \cdot z^T = y^T, \\ \tilde{\varepsilon}z^T = z^T, \end{cases} \quad (3)$$

де x^T, y^T, z^T — вектор-стовпці, отримані транспонуванням відповідно вектор-рядків x, y, z .

Із третього рівняння системи (3) маємо

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} -z_2 = z_1, \\ z_1 - z_2 = z_2. \end{cases}$$

Звідси $z = (ia_0, -ia_0)$, де $i \in \{0, 1, 2\}$.

Аналогічно, із другого рівняння системи (3) отримуємо

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ia_0 \\ -ia_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} -y_6 - ia_0 = y_1, \\ y_1 = y_2, \\ y_2 = y_3, \\ y_3 - y_6 = y_4, \\ y_4 = y_5, \\ y_5 = y_6. \end{cases}$$

Звідси $y = ((j \cdot 2a_0 - i \cdot 2a_1)^{(3)}, (ja_0 - ia_1)^{(3)})$, де $j \in \{0, 1, 2\}$.

На кінець із першого рівняння системи (3) отримуємо

$$\begin{cases} -x_{18} - ia_0 = x_1, \\ x_1 = x_2, \\ \vdots \\ x_8 = x_9, \\ x_9 - x_{18} = x_{10}, \\ x_{10} = x_{11}, \\ \vdots \\ x_{17} = x_{18}. \end{cases}$$

Звідси $x = ((k \cdot 2a_0 - i \cdot 2a_1)^{(9)}, (ka_0 - ia_1)^{(9)})$, де $k \in \{0, 1, 2\}$. Теорему доведено.

Оскільки одна із незвідних компонент $\mathbb{Z}_3$ -зображень $\Gamma_h^{(s)}$, $s = 1, 2, 3, 4$ дорівнює 0, то підгрупа

$$B(\mathbb{C}_{3\infty}^{26}, H, \Gamma) = \left\{ \left(E + \Gamma_h^{(s)} + \dots + \left(\Gamma_h^{(s)} \right)^{26} \right) (m_s) \mid m_s \in \mathbb{C}_{3\infty}^{26} \right\},$$

групи $A(\mathbb{C}_{3\infty}^{26}, H, \Gamma)$ є нульовою підгрупою.

А отже, існує рівно 27 нееквівалентних розширень групи $\mathbb{C}_{3\infty}^{26}$ за допомогою циклічної групи H , порядку 27, що визначаються матричним $\mathbb{Z}_3$ -зображенням $\Gamma_h^{(s)}$. Оскільки $|A(\mathbb{C}_{3\infty}^{26}, H, \Gamma)| = 27$.

Теорема 2. *Всі неізоморфні розширення групи $\mathbb{C}_{3\infty}^{26}$ за допомогою групи H , що визначаються зображенням $\Gamma_h^{(s)}$, де $s = 1, 2, 3, 4$ вичерпуються наступними групами:*

$$\begin{aligned} &G\left(\Gamma_h^{(s)}, m_s(0, 0, 0)\right), \quad G\left(\Gamma_h^{(s)}, m_s(1, 0, 0)\right), \\ &G\left(\Gamma_h^{(s)}, m_s(0, 1, 0)\right), \quad G\left(\Gamma_h^{(s)}, m_s(0, 0, 1)\right). \end{aligned}$$

Доведення. Нехай виконуються умови теореми. Розглянемо спочатку $\mathbb{Z}_3$ -зображення $\Gamma_h^{(1)}$ та покажемо, що серед груп $G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(0, 0, 0)\right)$, $G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(1, 0, 0)\right)$, $G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(0, 1, 0)\right)$, $G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(0, 0, 1)\right)$ немає попарно ізоморфних.

Для доведення ізоморфності будь-яких двох, різних груп $G(\mathbb{C}_{3\infty}^{26}, H, \Gamma, m)$ та $G(\mathbb{C}_{3\infty}^{26}, H, \Gamma, m')$, що визначаються елементами m та m' відповідно, використаємо [2, див. лема 4], яка у нашому випадку переписється у вигляді

$$C(m) = r \cdot m',$$

де r — деяке натуральне число, таке що не ділиться на 3, а матриця C має вигляд

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & C_{33} \end{pmatrix},$$

тут C_{11}, C_{22}, C_{33} — оборотні матриці над $\mathbb{Z}_3$ порядків 18, 6 та 2 відповідно, а C_{12}, C_{13}, C_{23} — довільні над $\mathbb{Z}_3$ матриці порядків 18×6 , 18×2 та 6×2 відповідно.

Припустимо протилежне, нехай $G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(0, 0, 1)\right) \cong G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(1, 0, 0)\right)$ тоді існує така оборотна матриця над $\mathbb{Z}_3$, і таке натуральне число r , що не ділиться на 3, що

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & C_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2a_0^{(9)} \\ a_0^{(9)} \\ 0^{(3)} \\ 0^{(3)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 7a_1^{(9)} \\ 8a_1^{(9)} \\ 7a_1^{(3)} \\ 8a_1^{(3)} \\ 3a_1 \\ 6a_1 \end{pmatrix}.$$

Із якого маємо наступні рівності

$$C_{11} \cdot \begin{pmatrix} 2a_0^{(9)} \\ a_0^{(9)} \end{pmatrix} + C_{12} \cdot \begin{pmatrix} 0^{(3)} \\ 0^{(3)} \end{pmatrix} + C_{13} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 7a_1^{(9)} \\ 8a_1^{(9)} \end{pmatrix},$$

$$C_{22} \cdot \begin{pmatrix} 0^{(3)} \\ 0^{(3)} \end{pmatrix} + C_{23} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 7a_1^{(3)} \\ 8a_1^{(3)} \end{pmatrix},$$

$$C_{33} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 3a_1 \\ 6a_1 \end{pmatrix},$$

де друге та третє рівняння є неможливими, при будь-якому натуральному r , яке не ділиться на 3.

Тому, звідси $G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(0, 0, 1)\right) \not\cong G\left(\Gamma_h^{(1)}, m_1(1, 0, 0)\right)$. Інші випадки розглядаються аналогічно.

Тепер покажемо, що всі інші групи, які є розширенням групи $\mathbb{C}_{3^\infty}^{26}$ за допомогою групи H , що визначаються матричним зображенням $\Gamma_h^{(1)}$, крім тих що фігурують в теоремі попарно ізоморфні.

Нехай надалі, всюди, якщо не сказано протилежне: E_n — одинична, квадратна над $\mathbb{Z}_3$, матриця порядку n , де $n \in \mathbb{N}$. Розглянемо наступні матриці:

$$C_1 = \begin{pmatrix} E_{18} & U_1 & 0 \\ 0 & E_6 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} E_{18} & 0 & 0 \\ 0 & 2E_6 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} E_{18} & 0 & 0 \\ 0 & E_6 & U_2 \\ 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix},$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} E_{18} & 0 & 0 \\ 0 & E_6 & U_3 \\ 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad C_5 = \begin{pmatrix} E_{18} & 0 & U_4 \\ 0 & E_6 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad U_1 = \begin{pmatrix} E_3 & 0 \\ 0 & 2E_3 \\ E_3 & 0 \\ 0 & E_3 \\ 2E_3 & 0 \\ 0 & E_3 \end{pmatrix},$$

$$U_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad U_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad U_4 = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix},$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де матриці V_1 та V_2 мають порядок 9×2 , та матрицю E_{26} .

За допомогою цих матриць, безпосередньою перевіркою, можна показати, що:

$$\begin{aligned} E_{26}(m_1(0, 0, 1)) &= 2m_1(0, 0, 2), & E_{26}(m_1(1, 0, 2)) &= 4m_1(1, 1, 0), \\ E_{26}(m_1(1, 1, 2)) &= 4m_1(1, 2, 0), & E_{26}(m_1(1, 2, 2)) &= 2m_1(2, 0, 0), \\ E_{26}(m_1(2, 0, 2)) &= 7m_1(2, 1, 0), & C_1(m_1(0, 1, 0)) &= m_1(0, 1, 1), \\ C_1(m_1(0, 1, 2)) &= 2m_1(0, 2, 0), & C_1(m_1(0, 2, 0)) &= 2m_1(0, 2, 1), \\ C_2(m_1(0, 2, 1)) &= m_1(0, 2, 2), & C_2(m_1(0, 1, 1)) &= 2m_1(0, 1, 2), \\ C_4(m_1(1, 0, 0)) &= 4m_1(1, 0, 1), & C_4(m_1(1, 0, 1)) &= 4m_1(1, 0, 2), \\ C_5(m_1(1, 1, 0)) &= 4m_1(1, 1, 1), & C_5(m_1(1, 1, 1)) &= 4m_1(1, 1, 2), \\ C_5(m_1(1, 2, 0)) &= 4m_1(1, 2, 1), & C_5(m_1(1, 2, 1)) &= 4m_1(1, 2, 2), \\ C_6(m_1(2, 0, 0)) &= m_1(2, 0, 1), & C_6(m_1(2, 0, 1)) &= m_1(2, 0, 2), \\ C_6(m_1(2, 1, 0)) &= m_1(2, 1, 1), & C_6(m_1(2, 1, 1)) &= m_1(2, 1, 2). \end{aligned}$$

А отже, відповідні групи, які містять дані елементи будуть ізоморфними.

$$\begin{aligned} G(\Gamma, m_1(0, 0, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(0, 0, 2)), & G(\Gamma, m_1(1, 0, 2)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 1, 0)), \\ G(\Gamma, m_1(1, 1, 2)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 2, 0)), & G(\Gamma, m_1(1, 2, 2)) &\cong G(\Gamma, m_1(2, 0, 0)), \\ G(\Gamma, m_1(2, 0, 2)) &\cong G(\Gamma, m_1(2, 1, 0)), & G(\Gamma, m_1(0, 1, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(0, 1, 1)), \\ G(\Gamma, m_1(0, 1, 2)) &\cong G(\Gamma, m_1(0, 2, 0)), & G(\Gamma, m_1(0, 2, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(0, 2, 1)), \\ G(\Gamma, m_1(0, 2, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(0, 2, 2)), & G(\Gamma, m_1(0, 1, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(0, 1, 2)), \\ G(\Gamma, m_1(1, 0, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 0, 1)), & G(\Gamma, m_1(1, 0, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 0, 2)), \\ G(\Gamma, m_1(1, 1, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 1, 1)), & G(\Gamma, m_1(1, 1, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 1, 2)), \\ G(\Gamma, m_1(1, 2, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 2, 1)), & G(\Gamma, m_1(1, 2, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(1, 2, 2)), \\ G(\Gamma, m_1(2, 0, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(2, 0, 1)), & G(\Gamma, m_1(2, 0, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(2, 0, 2)), \\ G(\Gamma, m_1(2, 1, 0)) &\cong G(\Gamma, m_1(2, 1, 1)), & G(\Gamma, m_1(2, 1, 1)) &\cong G(\Gamma, m_1(2, 1, 2)). \end{aligned}$$

Розгляд випадків для інших $\mathbb{Z}_3$ -зображень $\Gamma_h^{(2)}$, $\Gamma_h^{(3)}$, $\Gamma_h^{(4)}$, проводиться аналогічно даному $\mathbb{Z}_3$ -зображенню $\Gamma_h^{(1)}$. Теорема доведена.

3. Висновки. Отримано описання всіх неізоморфних черніковських 3-груп, що є розширеннями прямої суми 26-ти екземплярів квазициклічної групи $\mathbb{C}_{3^\infty}$, за допомогою циклічної групи H , що визначаються зображенням $\Gamma \in \{\Gamma_h^{(1)}, \Gamma_h^{(2)}, \Gamma_h^{(3)}, \Gamma_h^{(4)}\}$.

Список використаної літератури

1. Гудивок П. М., Ващук Ф. Г., Дроботенко В. С. Черниковские p -группы и целочисленные p -адические представления конечных групп. *Укр. мат. журн.* 1992. Т. 44, № 6. С. 742–753.
2. Гудивок П. М., Шапочка И. В. О черниковских p -группах. *Укр. мат. журн.* 1999. Т. 51, № 3. С. 291–304.
3. Гудивок П. М., Рудько В. П. Про p -адичні цілочислові зображення циклічної p -групи. *Допов. АН УРСР.* 1966. № 9. С. 1111–1113.

Porokhnaveets I. M., Shapochka I. V. On the description of a certain class of Chernikov 3-groups, which are extensions of the complete Abelian 3-group by means of a cyclic group of order 27.

In this paper, we describe, up to isomorphism, some Chernnikov 3-groups that are extensions of complete Abelian 3-groups with the minimality condition. In particular, we describe all such extensions of the direct sum of 26 instances of the additive, quasicyclic 3-group $\mathbb{C}_{3^\infty}$, using the cyclic group H of order 27, and which are defined by the image Γ , where Γ spans the following set of matrix $\mathbb{Z}_3$ -images $\{\Gamma_h^{(1)}, \Gamma_h^{(2)}, \Gamma_h^{(3)}, \Gamma_h^{(4)}\}$, which contain exactly 3 irreducible $\mathbb{Z}_3$ -components [2].

Let us emphasize that in [2], all non-isomorphic Chernikov p -groups are described, the factor group of which is a cyclic group of order p^d under the maximal complete Abelian subgroup, where $d \leq 2$.

Keywords: Chernikov group, matrix representation of group, irreducible component of representation.

References

1. Gudivok, P. M., Vashchuk, F. G., & Drobotenko, V. S. (1992). Chernikov p -groups and integer p -adic representations of finite groups. *Ukr. Mat. J.*, 44(6), 742–753.
2. Gudivok, P. M., & Shapochka, I. V. (1999). On the Chernikov p -groups. *Ukr. Mat. J.*, 51(3), 291–304.
3. Gudivok, P. M., & Rud'ko, V. P. (1966). On p -adic integral representations of the cyclic p -group. *Dopovidi Akad. Nauk URSR*, 9, 1111–1113.

Одержано 03.04.2025