

УДК 519.85:515.1:519.71

DOI [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.49\(2\).31-39](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.49(2).31-39)С. В. Єршов¹, Є. Д. Симонов²

¹ Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, завідувач відділу методів та технологічних засобів побудови інтелектуальних програмних систем, старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук
sershv@ukr.net

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9895-777X>

² Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, молодший науковий співробітник відділу методів та технологічних засобів побудови інтелектуальних програмних систем
e.symonov@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-2581-2001>

ІНФОРМАЦІЙНО-ТОПОЛОГІЧНИЙ ПІДХІД ДО ВИЯВЛЕННЯ АНОМАЛІЙ У ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

У роботі запропоновано інформаційно-топологічний підхід до виявлення аномалій у динамічних системах на основі реконструкції фазового простору, аналізу локальної топологічної структури та РН-керованого квантування. Метод поєднує геометричні та інформаційні характеристики динаміки шляхом побудови індукованого дискретного процесу станів системи. Введено ентропійні та топологічні функціонали, що характеризують структуру еволюції системи, та отримано оцінку зміщення швидкості ентропії, яка пов'язує інформаційну похибку з геометричною похибкою квантування та зміною розподілу локальних топологічних типів. Показано, що контроль цих величин забезпечує стабільність ентропійної характеристики. Експериментальні результати підтверджують ефективність запропонованого підходу для стабільної детекції аномалій у динамічних процесах.

Ключові слова: динамічні системи, реконструкція фазового простору, виявлення аномалій, топологічний аналіз даних, ентропія, персистентна гомологія.

1. Вступ. Виявлення аномалій у динамічних системах є важливою задачею аналізу складних процесів у технічних, природних та інформаційних системах. Значна частина сучасних методів ґрунтується на статистичному або машинному аналізі часових рядів, проте такі підходи не завжди враховують геометричну та топологічну структуру динаміки системи. У багатьох випадках аномальні режими проявляються не лише через зміну статистичних характеристик, але й через порушення структури еволюції у фазовому просторі. У зв'язку з цим актуальним є поєднання інформаційних характеристик динаміки з методами топологічного аналізу даних. Метою роботи є розроблення інформаційно-топологічного підходу до виявлення аномалій у динамічних системах на основі реконструкції фазового простору, РН-керованого квантування та аналізу ентропійних характеристик індукованого процесу.

2. Формалізація моделі представлення динамічної системи. Нехай задано ймовірнісний простір $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, де Ω — простір елементарних подій, \mathcal{F} — σ -алгебра підмножин Ω , а \mathbb{P} — ймовірнісна міра на (Ω, \mathcal{F}) . На цьому просторі визначимо дискретний у часі стохастичний процес $\{x_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$, $x_t \in \mathbb{R}^d$ який інтерпретується як послідовність спостережуваних станів багатовимірної динамічної системи. Кожен вектор $x_t = \left(x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(d)}\right)^\top$ описує стан системи у момент часу

t . Нехай $\mathcal{F}_{-\infty}^t = \sigma(x_s : s \leq t)$ — σ -алгебра минулого, а $\mathcal{F}_{t+k}^{\infty} = \sigma(x_s : s \geq t+k)$ — σ -алгебра спостережень, то коефіцієнти β -міксингу можна визначити як:

$$\beta(k) = \sup_{t \in \mathbb{Z}} \mathbb{E} \left[\sup_{A \in \mathcal{F}_{t+k}^{\infty}} |\mathbb{P}(A | \mathcal{F}_{-\infty}^t) - \mathbb{P}(A)| \right]. \quad (1)$$

Якщо $\beta(k) \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$, то це вказує на асимптотичне згасання статистичної залежності між достатньо віддаленими у часі фрагментами траєкторії.

Нехай $L \in \mathbb{N}$ — довжина вікна. Для кожного моменту часу t , такого що $1 \leq t \leq T - L + 1$, визначається фрагмент траєкторії

$$X_t^{(L)} = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+L-1}) \in (\mathbb{R}^d)^L. \quad (2)$$

Послідовність $\{X_t^{(L)}\}_{t=1}^{T-L+1}$ задає ковзне представлення траєкторії $\{x_t\}_{t=1}^T$ та описує її локальні часові сегменти.

Відображення $\Phi_{m,\tau} : (\mathbb{R}^d)^m \rightarrow \mathbb{R}^{dm}$ визначає послідовність векторів $y_t = (x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau})$, $y_t \in \mathbb{R}^{dm}$, визначених для $t = (m-1)\tau + n$, $n = 1, \dots, T$. Відповідно, послідовність $\{y_t\}_{t=(m-1)\tau+1}^T$ розглядається як реконструйована траєкторія системи [1–3]. Для кожного індексу $u = (m-1)\tau + 1, \dots, T - L + 1$ визначимо підмножину $W_u = \{y_u, y_{u+1}, \dots, y_{u+L-1}\} \subset \mathbb{R}^{dm}$, що відповідає фрагменту реконструйованої траєкторії довжини L і описує локальну еволюцію системи у фазовому просторі, а сімейство множин $\{W_u\}$ утворює розбиття траєкторії на локальні фрагменти. Нехай $N_k(y) \subset Y \setminus \{y\}$ — множина k -найближчих сусідів точки y у евклідовій метриці. Відповідний локальний окіл визначається як:

$$B_r(y) = \{y\} \cup N_k(y), \quad (3)$$

де r — відстань до k -го сусіда.

Для кожного параметра масштабу $\varepsilon > 0$ вводиться комплекс $VR_{\varepsilon}(B_r(y))$ у якому симплекс $\sigma = \{v_0, \dots, v_p\}$ включається тоді і лише тоді, коли $\|v_i - v_j\| \leq \varepsilon, \forall i, j$. Зміна параметра ε породжує фільтрацію симпліціальних комплексів $VR_{\varepsilon_1}(B_r(y)) \subset VR_{\varepsilon_2}(B_r(y)) \subset \dots$ на якій обчислюються групи гомологій $H_q(VR_{\varepsilon}(B_r(y)))$ [4], а для подальшого аналізу використовуються відповідні числа Бетті $\beta(y) = \text{rank } H_q(B_r(y))$, відповідно, кожній точці y ставиться у відповідність вектор локального топологічного типу $\beta(y) = (\beta_0(y), \beta_1(y))$. Обчислення цього вектора для всіх точок множини Y визначає дискретну множину топологічних конфігурацій $\{\beta(y_t)\}$, а отримані топологічні типи використовуються для побудови процедури квантування фазового простору [5], та отримання реконструйованої траєкторії $Y = \{y_t\}_{t=(m-1)\tau+1}^T \subset \mathbb{R}^{dm}$, що утворює дискретну вибірку точок фазового простору та апроксимує геометрію еволюції системи.

Нехай задано натуральне число K . Квантування визначається як розбиття:

$$Q = \{C_1, \dots, C_K\}, \quad Y = \bigcup_{i=1}^K C_i, \quad C_i \subset Y, \quad C_i \cap C_j = \emptyset, \quad \forall i \neq j. \quad (4)$$

Кожному класу C_i ставиться у відповідність точка $c_i \in \mathbb{R}^{dm}$, яка інтерпретується як центр відповідного класу C_i . З цим розбиттям пов'язується відображення квантування $\varphi_Q : \mathbb{R}^{dm} \rightarrow \{1, \dots, K\}$, $\varphi_Q(y) = \{i, y \in C_i\}$. У класичній

постановці векторного квантування ця умова формалізується через мінімізацію середньоквадратичної похибки апроксимації [6]:

$$E(Q) = \sum_{y \in Y} \|y - c_{\varphi_Q(y)}\|^2. \quad (5)$$

Вводиться емпіричний розподіл топологічних типів:

$$p^{\text{bef}}(\beta) = \frac{1}{|Y|} \sum_{y \in Y} \mathbf{1}_{\{\beta(y)=\beta\}}, \quad (6)$$

та розподіл топологічних конфігурацій:

$$p^{\text{aft}}(\beta) = \frac{1}{|Y|} \sum_{y \in Y} \mathbf{1}_{\{\beta(c_{\varphi_Q(y)})=\beta\}}. \quad (7)$$

Для кількісної оцінки зміни розподілу топологічних типів використовується дивергенція Кульбака–Лейблера:

$$\Omega(Q) = D_{KL}(p^{\text{bef}} \| p^{\text{aft}}(\beta)). \quad (8)$$

З урахуванням (8) вводиться функціонал якості квантування:

$$J(Q) = \sum_{y \in Y} \|y - c_{\varphi_Q(y)}\|^2 + \lambda \Omega(Q), \quad (9)$$

де $\lambda > 0$ — параметр, що визначає баланс між точністю апроксимації та збереженням топологічної структури реконструйованого простору.

Враховуючи (9), оптимальне квантування визначається як розв’язок:

$$Q^* = \arg \min_Q J(Q). \quad (10)$$

Для реконструйованої траєкторії визначається дискретний процес $s_t = \varphi_Q(y)$, та послідовність $\{s_t\}_{t=(m-1)\tau+1}^T$, що описує еволюцію системи.

Таким чином, побудовано формальну схему переходу від багатовимірного процесу спостережень $\{x_t\} \in \mathbb{R}^d$ до індукованого дискретного процесу $\{s_t\}$.

3. Контроль топологічної структури. Для кількісної оцінки відхилення між розподілами використовується нерівність:

$$\|p^{\text{bef}} - p^{\text{aft}}(\beta)\|_1 \leq \sqrt{2\Omega(Q)}. \quad (11)$$

Таким чином, функціонал $\Omega(Q)$, що контролює відхилення між розподілами локальних топологічних типів у метриці повної варіації:

$$\Omega(Q) \rightarrow 0 \Rightarrow \|p^{\text{bef}} - p^{\text{aft}}(\beta)\|_1 \rightarrow 0. \quad (12)$$

Умова (12) означає, що при малому значенні $\Omega(Q)$ статистична структура локальних топологічних конфігурацій реконструйованого фазового простору зберігається після квантування [7].

Для кожної точки $y \in Y$ введемо похибку квантування:

$$e_Q = \|y - c_{\varphi_Q(y)}\|, e_Q^{\max} := \sup_{y \in Y} e_Q(y). \quad (13)$$

З урахуванням (8), можна зробити висновок, що виконуються умови:

$$\frac{1}{|Y|} \sum_{y \in Y} (e_Q(y))^2 \leq \frac{J(Q)}{|Y|}, \quad e_Q^{\max} \leq \left(\sum_{y \in Y} (e_Q(y))^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq J(Q)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

Для локального околу $B_r(y) \subset Y$ (3) визначимо множину центрів класів як $B_r^Q(y) := \{c_{\varphi_Q(z)} : z \in B_r(y)\}$, тоді має місце оцінка:

$$d_H(B_r(y), B_r^Q(y)) \leq e_Q^{\max}. \quad (15)$$

Для кожного $z \in B_r(y)$ існує точка $c_{\varphi_Q(z)} \in B_r^Q(y)$, така що:

$$\|z - c_{\varphi_Q(z)}\| = e_Q(z) \leq e_Q^{\max}, \quad (16)$$

та, відповідно, кожен елемент множини $B_r^Q(y)$ є образом деякого $z \in B_r(y)$.

Нехай $D_q(B_r(y))$ та $D_q(B_r^Q(y))$ — q -вимірні діаграми персистентності, побудовані для відповідних локальних множин. Тоді виконується умова:

$$d_B(D_q(B_r(y)), D_q(B_r^Q(y))) \leq d_H(B_r(y), B_r^Q(y)). \quad (17)$$

Відповідно,

$$d_B(D_q(B_r(y)), D_q(B_r^Q(y))) \leq e_Q^{\max} \leq J(Q)^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

Умови (15)–(16) надають прямий контроль зміни локальної топології.

4. Оцінка похибки ентропійної характеристики індукованого процесу. Нехай існує границя

$$H_Q = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} H(s_1, \dots, s_n) = H(s_0 | s_{-\infty}^{-1}), \quad (19)$$

та вводиться еталонне відображення $\varphi^* : \mathbb{R}^{dm} \rightarrow \{1, \dots, K\}$, яке задає топологічно узгоджене представлення реконструйованої динаміки процесу $\sigma_t = \varphi^*(y_t)$, та має швидкість ентропії

$$H^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} H(\sigma_1, \dots, \sigma_n) = H(\sigma_0 | \sigma_{-\infty}^{-1}). \quad (20)$$

Похибка характеристики індукованого процесу визначається величиною

$$\Delta H(Q) = |H_Q - H^*|. \quad (21)$$

Для будь-якого $m \geq 1$, та за умов (19) і (20):

$$|r_m(Q)| + |r_m^*| \leq C_\beta \beta(m), \quad C_\beta > 0, \quad (22)$$

тоді

$$\Delta H(Q) \leq |H(s_0|s_{-m}^{-1}) - H(\sigma_0|\sigma_{-m}^{-1})| + C_\beta \beta(m). \quad (23)$$

Якщо ймовірності всіх допустимих блоків еталонного процесу обмежені низу деякою константою $\pi_m > 0$, то:

$$\begin{aligned} |H(s_0|s_{-m}^{-1}) - H(\sigma_0|\sigma_{-m}^{-1})| &\leq L_m \left\| P_Q^{(m)} - P_*^{(m)} \right\|_1, \\ L_m &= 1 + |\log \pi_m| + |\log \pi_{m-1}|, \end{aligned} \quad (24)$$

де $P_Q^{(m)}, P_*^{(m)}$ — блокові розподіли довжини $m + 1$.

Позначимо ймовірність помилки перекодування $\eta(Q) := P(s_0 \neq \sigma_0)$, тоді:

$$\begin{aligned} \left\| P_Q^{(m)} - P_*^{(m)} \right\|_1 &\leq 2(m+1)\eta(Q), \eta(Q) \leq \\ &\leq A_1 \|p^{\text{bef}} - p^{\text{aft}}(\beta)\|_1 + A_2 \text{dist}(Q), \quad A_1, A_2 > 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Використовуючи (11), отримаємо

$$\eta(Q) \leq A_1 \sqrt{2\Omega(Q)} + A_2 \text{dist}(Q). \quad (26)$$

Підставляючи (24) у (24), отримуємо

$$|H(s_0|s_{-m}^{-1}) - H(\sigma_0|\sigma_{-m}^{-1})| \leq 2(m+1)L_m \left(A_1 \sqrt{2\Omega(Q)} + A_2 \text{dist}(Q) \right). \quad (27)$$

Разом з (23) це дає оцінку похибки швидкості ентропії

$$\Delta H(Q) \leq C_1 \sqrt{2\Omega(Q)} + C_2 \text{dist}(Q) + C_\beta \beta(m), \quad C_1, C_2 > 0. \quad (28)$$

За умови $\beta(m) = o(\sqrt{\Omega(Q)} + \text{dist}(Q))$, отримуємо асимптотичну оцінку

$$\Delta H(Q) \leq \tilde{C}_1 \sqrt{\Omega(Q)} + \tilde{C}_2 \text{dist}(Q). \quad (29)$$

Відповідно, контроль регуляризатора і похибки стабілізує ентропію.

5. Детекція аномалій. Нехай задано ковзне вікно $W_u = \{y_u, \dots, y_{u+L-1}\}$ та фрагмент індукованого процесу $S_u^L = \{s_u, \dots, s_{u+L-1}\}$. Визначимо статистики:

$$H(u) = \hat{H}(S_u^L), \quad H_{\text{loc}}(u) := - \sum_{\beta} \hat{p}_u(\beta) \log \hat{p}_u(\beta), \quad (30)$$

де $\hat{p}_u(\beta)$ — емпіричний розподіл топологічних типів (10).

Для сусідніх вікон введемо змінні характеристики:

$$\Delta H(u) = H(u+1) - H(u), \quad \Delta H_{\text{loc}}(u) = H_{\text{loc}}(u+1) - H_{\text{loc}}(u). \quad (31)$$

Відповідно, аномальний режим відповідає умові:

$$|\Delta H(u)| \gg 0, \quad |\Delta H_{\text{loc}}(u)| \approx 0. \quad (32)$$

Нехай $H^*(u)$ — швидкість ентропії, тоді для кожного вікна маємо:

$$\begin{aligned} |\Delta H(u) - \Delta H^*(u)| &\leq C_1 \left(\sqrt{\Omega_{u+1}(Q)} + \sqrt{\Omega_u(Q)} \right) + \\ &+ C_2 (\text{dist}_{u+1} + \text{dist}_u)(Q) + r_{u+1} + r_u. \end{aligned} \quad (33)$$

Звідси отримуємо

$$|\Delta H_{\text{loc}}(u) - \Delta H_{\text{loc}}^*(u)| \leq L_{u+1} \sqrt{2\Omega_{u+1}(Q)} + L_u \sqrt{2\Omega_u(Q)}. \quad (34)$$

З огляду на метод із розділів 1–4, аномалії визначають як суттєві зміни інформаційної динаміки, відповідно:

$$A(u) = \frac{|\Delta H(u)|}{\varepsilon_H + \sqrt{\Omega_u(Q)} + \text{dist}_u(Q)} \mathbf{1}_{\{|\Delta H_{\text{loc}}(u)| \leq \varepsilon_{\text{loc}}\}}, \quad (35)$$

$$\sup_u \Omega_u(Q) \rightarrow 0, \quad \sup_u \text{dist}_u(Q) \rightarrow 0.$$

Статистика (35) узгоджується з еталонним представленням динаміки і забезпечує стабільну детекцію аномалій у режимах функціонування систем.

6. Тестування моделі. Для перевірки стабільності ентропійної характеристики індукованого процесу проведено порівняльний експеримент між стандартним квантуванням k-means та РН-керваним квантуванням.

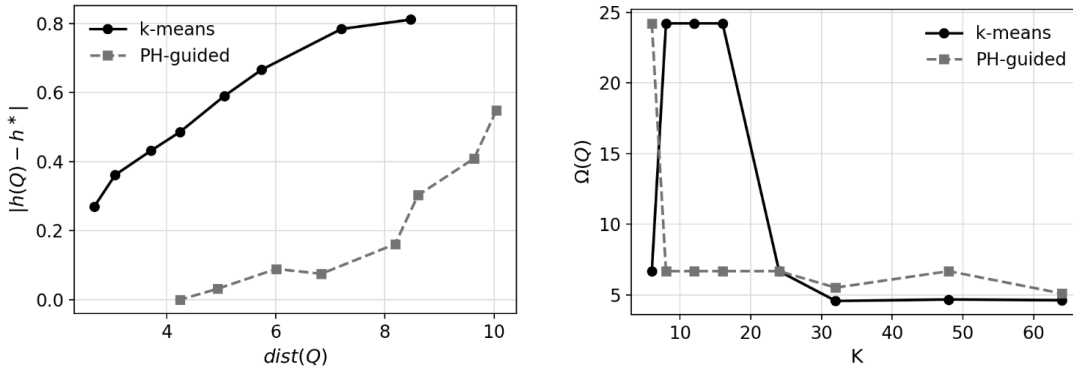


Рис. 1. Оцінка зміщення при різних схемах квантування.

Результати наведені на рисунку 1, де лівий графік демонструє, що для k-means зміщення швидкості ентропії зростає від $\approx 0,27$ до $>0,8$ зі збільшенням $\text{dist}(Q)$, тоді як РН-керване квантування забезпечує значно менші значення ($\approx 0,16$) у широкому діапазоні похибок, що вказує на вищу стабільність. Правий графік демонструє залежність $\Omega(Q)$ від K , де при малих K стандартний метод має суттєве топологічне спотворення (≈ 24) проти ≈ 7 для РН-підходу. Зі зростанням K обидва методи покращуються, але РН-квантування досягає стабільності раніше та з меншою варіативністю. Отже, топологічна регуляризація одночасно зменшує ентропійне зміщення та топологічне спотворення.

На рисунку 2 показано, що k-means концентрує центри у щільних зонах траєкторій, спричиняючи нерівномірне покриття атрактора. Натомість РН-керване квантування забезпечує більш рівномірне розміщення вздовж глобальної структури, що точніше відтворює динаміку. Це узгоджується з кількісними результатами.

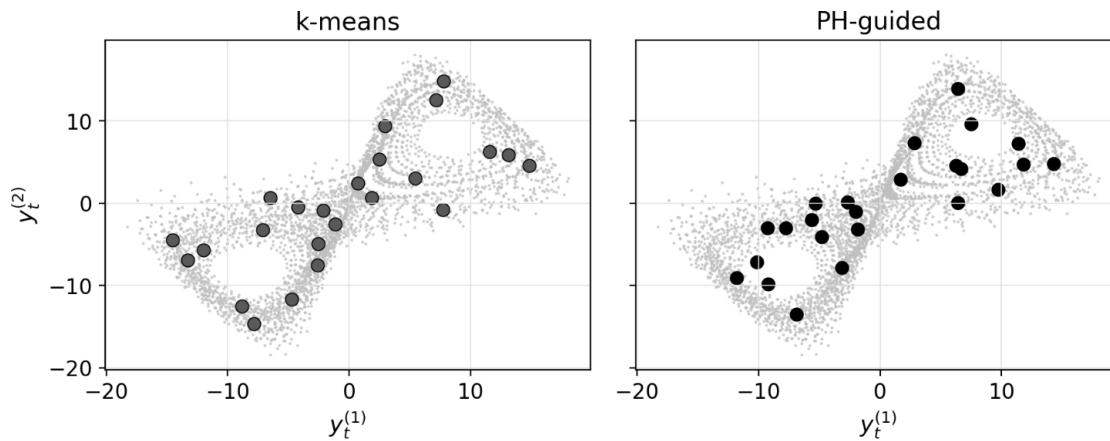
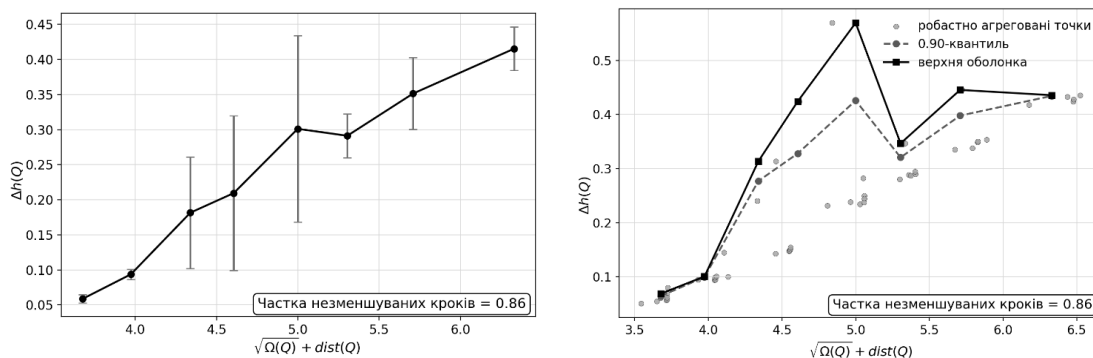


Рис. 2. Порівняння просторового розміщення центрів квантування.

Рис. 3. Емпірична перевірка монотонної структури оцінки $\Delta H(Q)$.

Емпіричні результати валідації (рис. 3) моделі підтверджують монотонне зростання зміщення ентропійної швидкості $\Delta H(Q)$ зі збільшенням інтегральної похибки квантування $\sqrt{\Omega(Q)} + \text{dist}(Q)$, із високою узгодженістю для непараметричної моделі $R_{iso}^2 = 0.830$. Лінійна апроксимація демонструє слабшу якість $R^2 = 0.602$ і вказує на домінування геометричної складової $\text{dist}(Q)$ у формуванні зміщення. Зростання як середніх, так і граничних значень $\Delta H(Q)$ свідчить про прямий вплив похибки квантування на стабільність системи, що обґрунтовує використання цього показника як індикатора аномалій.

7. Висновки та перспективи подальших досліджень. У роботі запропоновано інформаційно-топологічний підхід до виявлення аномалій, що поєднує реконструкцію фазового простору, локальний топологічний аналіз і РН-кероване квантування. Показано, що контроль $\text{dist}(Q)$ та $\Omega(Q)$ стабілізує ентропійну характеристику та обмежує структурні спотворення; отримано оцінку зміщення, яка пов'язує $\Delta H(Q)$ із сумарною похибкою. Експерименти підтверджують зменшення ентропійного зміщення та підвищення надійності детекції аномальних режимів.

Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що не мають конфлікту інтересів щодо даного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський або будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, представлені в даній статті.

Фінансування

Дослідження було проведено без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті рукопису.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні даної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

Внесок авторів

С. В. Єршов: наукове керівництво, формування концепції та методології підходу, аналіз результатів і редагування рукопису. Є. Д. Симонов: огляд літератури, формалізація моделей, розробка ПЗ (РН-кероване квантування), проведення експериментів, візуалізація та підготовка тексту.

Авторські права ©



(2026). Єршов С. В., Симонов Є. Д.
Ця робота ліцензується відповідно до Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Список використаної літератури

1. Symonov, D. (2021). Algorithm for determining the optimal flow in Supply Chains, considering multi-criteria conditions and stochastic processes. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics*, (2), 109–116. <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/2.15>
2. Hanifa, R. A., Thobirin, A., & Surono, S. (2025). Comparative study of unsupervised anomaly detection methods on imbalanced time series data. *Jurnal Ilmiah Kursor*, 13(2), 56–63. <https://doi.org/10.21107/kursor.v13i2.431>
3. Hussain Shah, W., Rafia Fatima, S., Huerta-Cuellar, G., García-López, J. H., Mata Ramirez, C. G., & Jaimes-Reátegui, R. (2025). Topological data analysis approach to time series and shape analysis of dynamical system. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 35(6). <https://doi.org/10.1063/5.0268340>
4. Uray, M., Giunti, B., Kerber, M., & Huber, S. (2024). Topological Data Analysis in smart manufacturing: State of the art and future directions. *Journal of Manufacturing Systems*, 76,

- 75–91. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2024.07.006>
5. Islambekov, U., Pathirana, H., Khormali, O., Akçora, C., & Smirnova, E. (2024). A topological approach for capturing high-order interactions in graph data with applications to anomaly detection in time-varying cryptocurrency transaction graphs. *Foundations of Data Science*, 6(4), 492–513. <https://doi.org/10.3934/fods.2024024>
 6. Palagin, O., & Symonov, D. (2023). Cybernetic model of rational world order under the paradigm of directed evolution. *International Scientific Technical Journal "Problems of Control and Informatics"* 67(6). <https://doi.org/10.34229/1028-0979-2022-6-5>
 7. Ekle, O. A., & Eberle, W. (2024). Anomaly Detection in Dynamic Graphs: A Comprehensive Survey. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*. <https://doi.org/10.1145/3669906>

Yershov S. V., Symonov Y. D. Information-topological approach to anomalies detection in dynamic systems.

The paper proposes an information-topological approach to anomaly detection in dynamical systems based on phase space reconstruction, local topological structure analysis, and PH-guided quantization. The method combines geometric and informational characteristics of dynamics by constructing an induced discrete process of system states. Entropy and topological functionals are introduced that characterize the structure of system evolution, and an estimate of the entropy rate shift is obtained, which connects the information error with the geometric quantization error and the change in the distribution of local topological types. It is shown that controlling these quantities ensures the stability of the entropy characteristic. Experimental results confirm the effectiveness of the proposed approach for stable anomaly detection in dynamical processes.

Keywords: dynamical systems, phase space reconstruction, anomaly detection, topological data analysis, entropy, persistent homology.

Отримано: 23.03.2026

Прийнято: 08.04.2026

Опубліковано: 30.04.2026