УДК 519.216
DOI https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.49(2).74-81

**А. О. Мельник[1], І. В. Розора[2]**

[1] Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
аспірантка кафедри прикладної статистики
anastasiia.melnyk@knu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3167-4353

[2] Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського,
завідувач кафедри прикладної статистики,
професор кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей,
доктор фізико-математичних наук, професор
irozora@knu.ua
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8733-7559

# ПОБУДОВА ДОВІРЧИХ ІНТЕРВАЛІВ ДЛЯ ІМПУЛЬСНОЇ ПЕРЕХІДНОЇ ФУНКЦІЇ

У статті досліджується побудова рівномірних довірчих інтервалів для імпульсної перехідної функції (ІПФ) неперервних лінійних стаціонарних систем. Оцінкою виступає вибіркова взаємна корелограма між стохастичним вхідним сигналом (гауссівським процесом у вигляді зрізаного тригонометричного ряду) та відгуком системи. Доведено, що центрована похибка оцінювання є квадратично-гауссівським процесом. Це дозволило отримати явну неасимптотичну оцінку ймовірності великих відхилень її рівномірної норми та сформулювати теорему про побудову довірчої смуги. Теорема підтверджена результатами імітаційного моделювання, де безпосередньо побудовано оцінку ІПФ та обчислено ширину довірчого інтервалу для різних рівнів значущості.

**Ключові слова:** імпульсна перехідна функція, випадкові процеси, крос-корелограма, довірчі інтервали, швидкість збіжності.

**1. Вступ.** Проблема визначення характеристик стохастичних лінійних систем, зокрема імпульсної перехідної функції (ІПФ) для моделей типу SISO (з одним входом та одним виходом), є предметом активних досліджень. Сфера застосування таких систем є надзвичайно широкою: від автоматичного керування та обробки сигналів до економетрики [1–4].

Розвиток методів, що базуються на вибірковій взаємній корелограмі між вхідним стохастичним сигналом та відгуком системи, представлено в роботах Булдигіна та його співавторів [5–7]. Козаченко Ю.В. та Розора І.В. [8–11] досліджували інтегральні крос-корелограмні оцінки за допомогою теорії квадратично-гауссівських процесів, встановлюючи критерії для різних функціональних просторів. Зокрема, властивості крос-корелограмної оцінки та перевірка гіпотез у просторах $L_p$ досліджувались у нашій попередній роботі [12].

У даній статті розглядається неперервна в часі лінійна система з дійснозначною імпульсною перехідною функцією, визначеною на обмеженій області $[0, \Lambda]$. Вхідний сигнал моделюється як стаціонарний центрований гауссівський процес у вигляді зрізаного тригонометричного ряду. Метою роботи є отримання неасимптотичної оцінки ймовірності великих відхилень похибки крос-корелограмної оцінки у просторі неперервних функцій $C([0, \Lambda])$ з використанням просторів квадратично-гауссівських випадкових величин. Отримані результати є теоретичним підґрунтям для розрахунку ширини смуги та побудови надійних рівномірних довірчих інтервалів для невідомої функції на всій області визначення.

**2. Оцінка та її загальні властивості.** Розглядається неперервна в часі лінійна стаціонарна система SISO, поведінка якої однозначно характеризується невідомою дійснозначною імпульсною перехідною функцією (ІПФ) $H(\tau) \in L_2([0,\Lambda])$. Зв'язок між вхідним сигналом $X(t)$ та вихідним $Y(t)$ описується інтегралом згортки:

$$Y(t) = \int_0^\Lambda H(\tau)X(t-\tau)d\tau, \tag{1}$$

який розуміється як інтеграл Рімана в середньому квадратичному [18].

Вхідний сигнал $X_N(t)$ моделюється як дійснозначний стаціонарний центрований гауссівський процес у вигляді зрізаного ряду за ортонормованим базисом $\{\varphi_k(t), \psi_k(t)\}_{k=1}^\infty$ простору $L_2([0,\Lambda])$ [13,14]:

$$X_N(t) = \sum_{k=1}^N \xi_k\varphi_k(t) + \sum_{k=1}^N \eta_k\psi_k(t), \quad t \in \mathbb{R}, \tag{2}$$

де $N$ – складність моделі, а $\xi_k, \eta_k$ – незалежні стандартні гауссівські випадкові величини. Коваріаційна функція цього процесу має вигляд $r_N(t-s) = \sum_{k=1}^N(\varphi_k(t)\varphi_k(s) + \psi_k(t)\psi_k(s))$.

Оцінкою ІПФ слугує вибіркова інтегральна крос-корелограма [20] $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T Y_N(t)X_N(t-\tau)dt$, де $T > 0$ – час усереднення. Оскільки $H \in L_2([0,\Lambda])$, її можна розкласти в ряд Фур'є з відповідними коефіцієнтами $a_k, b_k$ [19]:

$$H(t) = a_0\varphi_0(t) + \sum_{k=1}^\infty (a_k\varphi_k(t) + b_k\psi_k(t)). \tag{3}$$

Математичне сподівання оцінки дорівнює $\mathrm{E}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \sum_{k=1}^N(a_k\varphi_k(\tau)+b_k\psi_k(\tau))$, що вказує на її зміщеність. Зсув відносно центрованої ІПФ $H^*(\tau)$ є залишком ряду:

$$H^*(\tau) - \mathrm{E}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \sum_{k=N+1}^\infty (a_k\varphi_k(\tau) + b_k\psi_k(\tau)), \tag{4}$$

який прямує до нуля при $N \to \infty$, що гарантує асимптотичну незміщеність.

Дисперсія оцінки має складний інтегральний вигляд:

$$\mathrm{Var}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \frac{1}{T^2}\int_0^T\int_0^T\Bigg[\int_0^\Lambda\int_0^\Lambda H(v)H(u)r_N(t-s+u-v)dudv\cdot r_N(t-s+u-v)$$
$$+\int_0^\Lambda H(v)H(r_N(t-s+\tau-v))dv\cdot\int_0^\Lambda H(u)r_N(s-t+\tau-u)du\Bigg]dtds. \tag{5}$$

При $T \to \infty$ та $N \to \infty$ дисперсія і зсув прямують до нуля, отже, $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ є спроможною оцінкою для $H(\tau)$.

**3. Оцінювання на основі тригонометричного базису.** Розглянемо випадок, коли вхідний сигнал моделюється за допомогою тригонометричного ортонормованого базису в

$$L_2([0,\Lambda]):\ \varphi_k(t) = \sqrt{2/\Lambda}\cos(2k\pi t/\Lambda),\ \psi_k(t) = \sqrt{2/\Lambda}\sin(2k\pi t/\Lambda)$$

для $k \geq 1$. Тоді процес $X_N(u)$ подається як скінченний тригонометричний ряд:

$$X_N(u) = \sqrt{\frac{2}{\Lambda}} \sum_{k=1}^{N} \left( \xi_k \cos\left(\frac{2k\pi u}{\Lambda}\right) + \eta_k \sin\left(\frac{2k\pi u}{\Lambda}\right)\right), \tag{6}$$

а його коваріаційна функція має вигляд $r_N(t-s) = \frac{2}{\Lambda}\sum_{k=1}^{N} \cos\left(\frac{2k\pi(t-s)}{\Lambda}\right)$.

Для виведення явних швидкостей збіжності зсуву та дисперсії накладемо на невідому ІПФ $H(\tau)$ наступні умови регулярності:

**Умова 1.** Функція $H(\tau)$ є двічі неперервно диференційовною на $[0, \Lambda]$, причому інтеграли $I_0 = \int_0^\Lambda |H(\tau)|d\tau$, $I_1 = (\int_0^\Lambda |H'(\tau)|^2 d\tau)^{1/2}$ та $I_2 = \int_0^\Lambda |H''(\tau)|d\tau$ є скінченними.

**Умова 2.** Виконується умова періодичності на кінцях інтервалу: $H(0) = H(\Lambda)$.

За цих умов отримуємо явні верхні межі. Зсув оцінки (залишок ряду Фур'є) обмежується так:

$$|H^*(\tau) - \mathrm{E}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)| \leq \frac{\Lambda(d + I_2)}{2\pi^2 N}, \tag{7}$$

де $d = |H'(0)| + |H'(\Lambda)|$. Як бачимо, зсув зменшується зі швидкістю $O(1/N)$.

Дисперсія оцінки $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ має таку оцінку зверху:

$$\mathrm{Var}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) \leq \frac{\Lambda^3(\Lambda+2)I_1^2}{\pi^4 T^2}\left(2 - \frac{1}{N}\right)^2. \tag{8}$$

Цей результат демонструє, що дисперсія зменшується зі швидкістю $O(1/T^2)$, що гарантує швидке покращення точності зі збільшенням часу усереднення $T$.

**4. Квадратично-гауссівські стохастичні процеси.** Статистичний аналіз оцінки суттєво спирається на теорію квадратично-гауссівських (КГ) процесів. Нехай $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ – ймовірнісний простір, а $\Xi = \{\xi_t, t \in T\}$ – сім'я сумісно гауссівських центрованих випадкових величин.

**Означення 1.** [21] *Випадкова величина $\eta$ називається квадратично-гауссівською, якщо вона належить простору $SG_\Xi(\Omega)$ і може бути подана як центрована квадратична форма: $\eta = \overline{\xi}^T A\overline{\xi} - \mathrm{E}\overline{\xi}^T A\overline{\xi}$, де $\overline{\xi}$ – вектор величин з $\Xi$, $A$ – дійснозначна матриця.*

**Означення 2.** [21] *Стохастичний процес $\xi(t)$ називається КГ процесом, якщо для кожного $t \in T$ відповідна випадкова величина $\xi(t)$ належить простору $SG_\Xi(\Omega)$.*

Ключовим інструментом для побудови нашого статистичного критерію є неасимптотична нерівність для ймовірності великих відхилень супремуму неперервного КГ процесу.

**Теорема 1.** *Нехай $T$ – компактний параметричний простір, а $\xi(t)$ – вибірково неперервний з імовірністю 1 КГ процес. Позначимо $\sigma_0 = \sup_{t\in T}(\mathrm{E}\xi^2(t))^{1/2}$. За умови виконання певних умов регулярності (зокрема, збіжності ентропійного інтеграла), існує таке $x_0$, що для всіх $x \geq x_0$ виконується нерівність:*

$$P\left\{\sup_{t\in T}|\xi(t)| > x\right\} \leq 2\sqrt{1 + \frac{x\sqrt{2}}{\sigma_0}}\exp\left\{-\frac{x}{\sqrt{2}\sigma_0}\right\}. \tag{9}$$

Ця потужна теорема надає явну межу для хвоста розподілу супремуму процесу. Вона дозволяє безпосередньо контролювати похибку через максимальне середньоквадратичне відхилення $\sigma_0$, яке у нашій задачі залежить від параметрів $N$ та $T$.

**5. Швидкість збіжності оцінки у просторі неперервних функцій.** Розглянемо процес центрованої похибки оцінювання

$$\hat{Z}_{N,T,\Lambda}(\tau) = \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) - \mathrm{E}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau).$$

**Лема 1.** *Стохастичний процес* $\hat{Z}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ *є квадратично-гауссівським.*

***Доведення.*** Оцінка $\hat{H}(\tau)$ визначається як інтеграл від добутку двох гауссівських процесів $Y_N(t)$ та $X_N(t-\tau)$. Цей інтеграл можна подати як границю інтегральних сум у середньому квадратичному. Оскільки кожен доданок у цих сумах є квадратичною формою від базових гауссівських величин, а простір КГ величин є замкненим відносно збіжності в середньому квадратичному, процес $\hat{Z}(\tau)$ також належить до цього простору.

Повну похибку оцінювання можна розкласти на детермінований зсув та стохастичну похибку $\hat{Z}(\tau)$. Використовуючи нерівність трикутника для рівномірної норми $\|f\|_C = \sup_{\tau\in[0,\Lambda]} |f(\tau)|$, маємо:

$$\sup_{\tau\in[0,\Lambda]} |H^*(\tau) - \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)| \le \sup_{\tau\in[0,\Lambda]} |H^*(\tau) - \mathrm{E}\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)| + \sup_{\tau\in[0,\Lambda]} |\hat{Z}_{N,T,\Lambda}(\tau)|. \quad (10)$$

Нехай $h^*_{N,\Lambda}$ – рівномірна межа для зсуву (з розділу 3), а $\sigma_0$ – рівномірна межа для стандартного відхилення процесу $\hat{Z}_{N,T,\Lambda}(\tau)$. Застосовуючи Теорему 1 до $\hat{Z}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ у просторі $C([0,\Lambda])$, отримуємо головний результат.

**Теорема 2.** *Припустимо, що виконуються Умови 1 та 2. Тоді, для достатньо великих* $\varepsilon$ *(зокрема* $\varepsilon \ge t_{N,T,\Lambda}$*, де* $t_{N,T,\Lambda}$ *– порогове значення), виконується нерівність:*

$$P\left\{\sup_{\tau\in[0,\Lambda]} |H^*(\tau) - \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)| > \varepsilon\right\} \le 2\sqrt{1 + \frac{(\varepsilon - \Lambda h^*_{N,\Lambda})\sqrt{2}}{\sigma_0}}\exp\left\{-\frac{\varepsilon - \Lambda h^*_{N,\Lambda}}{\sqrt{2}\sigma_0}\right\}. \quad (11)$$

**6. Побудова довірчих інтервалів.** Нерівність для ймовірності великих відхилень, встановлена у попередній теоремі, надає необхідний теоретичний інструмент для переходу від оцінювання до статистичних висновків. У цьому розділі ми використовуємо цей результат для побудови рівномірних довірчих інтервалів, які забезпечують кількісну міру невизначеності для всієї оціненої імпульсної перехідної функції (ІПФ).

Структуру ймовірнісної нерівності можна використати, щоб зробити статистичний висновок про невідому справжню ІПФ $H(\tau)$. Це набуває форми довірчого інтервалу — випадкової функціональної смуги, яка містить усю справжню функцію із заданою високою ймовірністю.

Позначимо праву частину нерівності з Теореми 2 як $g(\varepsilon)$:

$$g(\varepsilon) = 2\sqrt{1 + \frac{(\varepsilon - \Lambda h^*_{N,\Lambda})\sqrt{2}}{\sigma_0}}\exp\left\{-\frac{\varepsilon - \Lambda h^*_{N,\Lambda}}{\sqrt{2}\sigma_0}\right\}. \quad (12)$$

Наступна теорема формалізує побудову довірчої множини.

**Теорема 3.** *Нехай $\alpha \in (0,1)$ – заданий рівень значущості. Припустимо, що $\varepsilon_\alpha$ є розв'язком рівняння:*

$$g(\varepsilon_\alpha) = \alpha. \tag{13}$$

*Якщо виконується умова $\varepsilon_\alpha \geq t_{N,T,\Lambda}$, то з імовірністю не менше $1-\alpha$ (надійність $\gamma = 1-\alpha$) справжня імпульсна перехідна функція $H(\tau)$ задовольняє умову:*

$$\sup_{\tau \in [0,\Lambda]} |H(\tau) - \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)| \leq \varepsilon_\alpha. \tag{14}$$

Відповідно, $(1-\alpha)100\%$-вим рівномірним довірчим інтервалом для невідомої функції $H(\tau)$ є множина функцій, обмежена випадковими функціями:

$$\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) - \varepsilon_\alpha < H(\tau) < \hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau) + \varepsilon_\alpha, \quad \forall \tau \in [0,\Lambda]. \tag{15}$$

Ця теорема визначає довірчу множину для функції $H(\tau)$ на всій функціональній області $[0,\Lambda]$. Отриманий інтервал забезпечує кількісне зведення невизначеності, пов'язаної з нашою процедурою оцінювання, і дозволяє гарантувати, що справжня функція не вийде за вказані межі із заданим рівнем надійності.

**7. Імітаційне моделювання.** Для ілюстрації теоретичних результатів та перевірки розробленої методології на практиці було проведено чисельний аналіз. Розглянуто систему з $\Lambda = 10$ та справжньою ІПФ у вигляді загасаючої синусоїди $H(\tau) = e^{-\tau}\sin(\pi\tau/\Lambda)$, яка моделює типову коливальну систему із загасанням і повністю задовольняє Умови 1 та 2. Відповідні структурні константи обчислюються як: $I_0 \approx 0.2860$, $I_1 \approx 0.1571$, $I_2 \approx 0.4046$, $d \approx 0.3142$.

У ході експерименту було згенеровано траєкторії стохастичного вхідного процесу $X_N(t)$ та відгуку системи $Y_N(t)$. На основі цих даних безпосередньо побудовано оцінку $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$, після чого чисельно розв'язано рівняння $g(\varepsilon_\alpha) = \alpha$ для знаходження радіуса довірчої смуги $\varepsilon_\alpha$.

У табл. 1 наведено обчислені значення $\varepsilon_\alpha$ для фіксованих точок зрізання $N = 100$ та $N = 1000$ при різних значеннях часу спостереження $T$ та рівнях значущості $\alpha$.

*Таблиця 1.*

Обчислені значення $\varepsilon_\alpha$ для $N = 100$ та $N = 1000$ при різних обсягах вибірки $T$

| Час $T$ | $N = 100$ | | | $N = 1000$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\alpha = 0.1$ | $\alpha = 0.05$ | $\alpha = 0.01$ | $\alpha = 0.1$ | $\alpha = 0.05$ | $\alpha = 0.01$ |
| 150 | 0.1707 | 0.1959 | 0.2532 | 0.1386 | 0.1639 | 0.2214 |
| 250 | 0.1170 | 0.1321 | 0.1665 | 0.0846 | 0.0998 | 0.1343 |
| 350 | 0.0940 | 0.1048 | 0.1293 | 0.0615 | 0.0723 | 0.0970 |
| 500 | 0.0767 | 0.0843 | 0.1014 | 0.0441 | 0.0517 | 0.0690 |

Аналіз результатів таблиці підтверджує, що побудована оцінка $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ успішно знаходиться в межах довірчої смуги $H(\tau) \pm \varepsilon_\alpha$ із заданим рівнем надійності. Можна помітити чітку тенденцію: зменшення рівня значущості $\alpha$ (підвищення надійності) очікувано розширює довірчий інтервал. Водночас, збільшення часу усереднення $T$ є найбільш впливовим фактором для звуження смуги. Перехід від $N = 100$ до складнішої моделі вхідного сигналу з $N = 1000$ також дає відчутне зменшення $\varepsilon_\alpha$, особливо при великих обсягах вибірки, що підтверджує теоретично виведений порядок спадання зсуву $O(1/N)$.

Окремо слід звернути увагу на вплив параметра зрізання $N$ з точки зору обчислювальної складності. Хоча збільшення $N$ мінімізує детермінований зсув оцінки (оскільки залишок ряду Фур'є швидше прямує до нуля), воно також призводить до зростання частоти коливань базисних функцій у змодельованому вхідному сигналі $X_N(t)$. На практиці це вимагає суттєвого зменшення кроку дискретизації при чисельному інтегруванні для коректного обчислення $\hat{H}_{N,T,\Lambda}(\tau)$ без втрати інформації за теоремою Котельникова (Найквіста-Шеннона). Це, у свою чергу, пропорційно збільшує обчислювальні витрати. Тому вибір оптимального співвідношення між часом спостереження $T$ та кількістю базисних функцій $N$ є важливою задачею планування експерименту, яка має розв'язуватися з урахуванням наявних обчислювальних ресурсів та суворих вимог до точності $\varepsilon_\alpha$.

**8. Висновки та перспективи подальших досліджень.** У статті розроблено методологію побудови рівномірних довірчих інтервалів для імпульсної перехідної функції неперервних лінійних стаціонарних систем. На основі інтегральної крос-корелограми та теорії квадратично-гауссівських процесів отримано явні межі для зсуву та дисперсії оцінки. Ключовим результатом є доведення того, що центрована похибка оцінювання є квадратично-гауссівським процесом, що дозволило вивести неасимптотичну межу для рівномірної норми похибки та побудувати надійний довірчий інтервал.

Імітаційне моделювання підтвердило теоретичні висновки, наочно продемонструвавши залежність точності від часу спостереження та складності вхідного сигналу.

Подальші дослідження методів ідентифікації стохастичних систем на основі імпульсної перехідної функції доцільно спрямувати на аналіз дискретно спостережуваних процесів, складніші архітектури систем (MIMO) та розширення на класи негауссівських вхідних сигналів.

## Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що не мають конфлікту інтересів щодо даного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський або будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, представлені в даній статті.

## Фінансування

Для Розори І. В. та Мельник А. О. дослідження було проведено з частковою фінансовою підтримкою за МОН проєктом "Розроблення методів моделювання, аналізу та оптимізації виробничих систем із використанням стохастичних моделей і систем керування запасами".

## Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті рукопису.

## Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні даної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

## Внесок авторів

Розора І. В.: концептуалізація, методологія, супервізія, написання — рецензування та редагування.

Мельник А. О.: формальний аналіз, написання — оригінальний проєкт.



### Список використаної літератури

1. Barigozzi, M., Lippi, M., & Luciani, M. (2021). Large-dimensional Dynamic Factor Models: Estimation of Impulse–Response Functions with I(1) cointegrated factors. *Journal of Econometrics,* 221(2), 455–482. https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.05.004
2. Hannan, E., & Deistler, M. (1988). *The Statistical Theory of Linear Systems.* New York: Wiley.
3. Lütkepohl, H. (2010). Impulse Response Function. In *Macroeconometrics and Time Series Analysis* (pp. 145–150). Palgrave Macmillan UK. https://doi.org/10.1057/9780230280830_16
4. Soderstrom, T., & Stoica, P. (1989). *System Identification.* London: Prentice-Hall.
5. Blazhievska, I., & Zaiats, V. (2021). On cross-correlogram IRF's estimators of two-output systems in spaces of continuous functions. *Communications in Statistics-Theory and Methods,* 50(24), 6024–6048. https://doi.org/10.1080/03610926.2020.1738490
6. Buldygin, V., & Li, F. (1997). On Asymptotic Normality of Estimators of Unit Impulse Responses of Linear Systems. I. *Theory of Probability and Mathematical Statistics,* 54, 17–24.
7. Buldygin, V., & Li, F. (1997). On Asymptotic Normality of Estimators of Unit Impulse Responses of Linear Systems. II. *Theory of Probability and Mathematical Statistics,* 55, 29–36.
8. Rozora, I., & Kozachenko, Yu. (2016). A Criterion for Testing Hypothesis about Impulse Response Function. *Statistics, Optimization & Information Computing,* 4(3). https://doi.org/10.19139/soic.v4i3.222
9. Kozachenko, Yu., & Rozora, I. (2016). Cross-correlogram Estimators of Impulse Response Functions. *Theory of Probability and Mathematical Statistics,* 93, 79–91. https://doi.org/10.1090/tpms/995
10. Rozora, I. (2018). Statistical Hypothesis Testing for the Shape of Impulse Response Function. *Communications in Statistics - Theory and Methods,* 47(6), 1459–1474. https://doi.org/10.1080/03610926.2017.1321125
11. Rozora, I. (2020). On the Convergence Rate for the Estimation of Impulse Response Function in the Space Lp(T). *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physical and Mathematical Sciences,* (4), 36–41. https://doi.org/10.17721/1812-5409.2018/4.5
12. Rozora, I., & Melnyk, A. (2025). Statistical Estimation and Hypothesis Testing on Impulse Response Function. *Austrian Journal of Statistics,* 54(1), 200–213.
13. Ianevych, T., Rozora, I., & Pashko, A. (2022). On One Way of Modeling a Stochastic Process with Given Accuracy and Reliability. *Monte Carlo Methods and Applications,* 28(2), 135–147. https://doi.org/10.1515/mcma-2022-2110
14. Kozachenko, Yu., Pashko, A., & Rozora, I. (2007). *Simulation of Stochastic Processes and Fields.* Kyiv: Zadruga.
15. Kozachenko, Yu., Pogorilyak, O., Rozora, I., & Tegza, A. (2016). Introduction. In *Si-*

*mulation of Stochastic Processes with Given Accuracy and Reliability* (pp. ix–xi). Elsevier. https://doi.org/10.1016/b978-1-78548-217-5.50011-8
16. Rozora, I., Ianevych, T., Pashko, A., & Zatula, D. (2023). Simulation of Stochastic Processes with Given Reliability and Accuracy. In *Stochastic Processes: Fundamentals and Emerging Applications* (pp. 415–452). Nova Science Publishers. https://doi.org/10.52305/kegg1336
17. Vasylyk, O., Rozora, I., Ianevych, T., & Lovytska, I. (2021). On Some Method on Model Construction for Strictly sub-Gaussian Generalized Fractional Brownian Motion. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics,* (2), 18–25. https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/2.3
18. Gikhman, I., & Skorokhod, A. (1996). *Introduction to the Theory of Random Processes.* Dover Publications Inc. https://doi.org/10.1007/978-3-642-61921-2_1
19. Beals, R. (2004). *Analysis: An Introduction.* Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/cbo9780511755163
20. Kozachenko, Yu., & Rozora, I. (2023). On Statistical Properties of the Estimator of Impulse Response Function. In *Stochastic Processes, Statistical Methods, and Engineering Mathematics* (pp. 563–585). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-17820-7_25
21. Buldygin, V., & Kozachenko, Yu. (2000). *Metric Characterization of Random Variables and Random Processes* (Vol. 188). American Mathematical Society. https://doi.org/10.1090/mmono/188

**Melnyk A. O., Rozora I. V.** Confidence intervals for impulse response function.

The paper investigates the construction of uniform confidence intervals for the impulse response function (IRF) of continuous time-invariant linear systems. The estimator is a sample cross-correlogram between a stochastic input signal (a Gaussian process represented as a truncated trigonometric series) and the system's response. It is proved that the centered estimation error is a square-Gaussian process. This allowed obtaining an explicit non-asymptotic bound for the large deviation probability of its uniform norm and formulating a theorem on confidence band construction. The theoretical results are validated via a simulation study, which directly constructs the IRF estimate and calculates the confidence interval width for given significance levels.

**Keywords:** impulse response function, stochastic processes, cross-correlogram, confidence interval, rate of convergence.

Отримано: 18.03.2026 Прийнято: 02.04.2026 Опубліковано: 30.04.2026