

УДК 519.7+517

DOI [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.49\(2\).165-172](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2026.49(2).165-172)**Г. М. Гнатієнко¹, О. Г. Гнатієнко²**

¹ Київський національний університет ім. Т. Шевченка,
заступник декана з наукової роботи факультету інформаційних технологій,
кандидат технічних наук
g.gna5@ukr.net

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0465-5018>

² Київський національний університет ім. Т. Шевченка,
аспірант кафедри інформаційних систем та технологій
oleksii.hnatiienko@knu.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8546-5074>

СХЕМА РОЗПОДІЛЕНОГО ОБЧИСЛЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ У ЗАДАЧАХ КОЛЕКТИВНОГО РАНЖУВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

Дослідження присвячене розробці схем розподіленого обчислення компромісних розв'язків у задачах колективного ранжування з використанням модифікованого генетичного алгоритму. Сформульовано постановку задачі колективного ранжування альтернатив. Розглянуто галузі застосування задач колективного ранжування. Наведено класифікацію методів розв'язання задач колективного ранжування. Формалізовано постановку задачі визначення колективного упорядкування альтернатив. Обґрунтовано алгебраїчний метод визначення медіани ранжувань. Запропоновано модифікацію генетичного алгоритму з урахуванням особливостей задач ранжування. Розроблено розподілений генетичний алгоритм обчислення компромісного ранжування. Розглянуто острівну модель генетичного алгоритму для задач ранжування. Передбачено використання методу ближнього пошуку в задачах ранжування великої розмірності.

Ключові слова: розподілені обчислення, генетичний алгоритм, задачі колективного ранжування альтернатив, експертне оцінювання, класичні методи голосування, алгоритм ближнього пошуку.

1. Вступ. Більшість проблем у різноманітних сферах людської життєдіяльності виникає від необґрунтовано здійснення експертного оцінювання ситуацій прийняття рішення та невірно визначених пріоритетів. Ефективним інструментом структурування інформації є, зокрема, ранжування альтернатив за деякими критеріями [1]. Ці інструменти успішно застосовуються у найрізноманітніших сферах сучасної життєдіяльності і є фундаментальною складовою роботи пошукових систем, рекомендаційних сервісів, соціальних мереж та електронної комерції.

У сучасному інформаційному просторі ефективна організація даних набуває вирішального значення. Ранжування об'єктів є ключовим елементом функціонування пошукових систем, рекомендаційних платформ, соціальних мереж, електронної комерції тощо. У сфері машинного навчання задачі ранжування також посідають важливе місце, оскільки дають змогу автоматично формувати оптимальні рейтинги на основі наявних даних. Без належної аналітичної підтримки особи, що приймають рішення, використовують спрощені, а інколи застосовують суперечливі та необґрунтовані методи прийняття рішень.

Ранжування альтернатив є розповсюдженим та зручним способом експертного оцінювання, оскільки усі задані у ранжуванні відношення є взаємопов'язаними і підвищити чи знизити результати відносного оцінювання альтернатив

можна лише за рахунок інших альтернатив. Особливістю задач ранжування альтернатив є жорсткі обмеження на множину допустимих розв'язків — попарна нерівність усіх елементів вектора розв'язку. Такі жорсткі обмеження не дають можливості експертам здійснювати усереднення оцінок, і через те є однією з перешкод до маніпулювання результатами, а також деяким чином передбачають об'єктивізацію експертного оцінювання.

2. Аналіз останніх досліджень і публікацій. Коротко перелічимо основні галузі застосування задач ранжування:

- пошукові системи, зокрема, впорядкування веб-сторінок за релевантністю запиту;
- рекомендаційні системи при побудові персональних рейтингів товарів або контенту;
- соціальні мережі – для формування стрічки новин тощо;
- електронна комерція: сортування товарів за популярністю, одержаними відгуками тощо;
- аналітичні системи, зокрема, при визначенні пріоритетів інформації для обґрунтування прийняття рішень;
- різні моделі та інтерпретації задачі комівояжера тощо.

Класифікація методів розв'язання задач колективного ранжування. Більшість практично значущих задач ранжування належать до класу NP-складних. Для таких задач на сьогодні відсутні ефективні точні алгоритми розв'язання. Це стосується вирішення реальних проблем, а не тестових чи демонстраційних прикладів.

2.1. Точні методи. Для вирішення цієї проблеми традиційно застосовуються точні методи дискретної оптимізації, включаючи задачі ранжування:

- прямий перебір можливих варіантів розв'язку [1];
- метод гілок та меж, розроблений Лендом та Дойгом [2, 3], який ґрунтується на систематичному переборі [4] можливих розв'язків з відсіканням неперспективних гілок дерева пошуку [5, 6];
- схема послідовного аналізу варіантів, загальний формалізм якої запропоновано В. С. Михалевичем та Н. З. Шором [7, 8], а для задач ранжування успішно застосовано Гнатієнком Г. М. [9, 10].

Але при застосуванні точних методів розв'язання задач ранжування існують суттєві обмеження при обчисленні розв'язків задач, які мають велику розмірність. При цьому точні методи оптимізації є важливим інструментом розв'язання спеціалізованих задач ранжування, хоча на сьогодні їх практичне застосування обмежене обчислювальною складністю. У зв'язку з цим такі методи є менш популярними порівняно з методами машинного навчання для більшості прикладних задач.

2.2. Спрощені методи розв'язання задач колективного ранжування.

Метод середніх арифметичних рангів. Для цього обчислюється сума рангів альтернатив. Після цього сума ділиться на кількість експертів, що для кожної альтернативи відповідає середньому арифметичному рангу. За обчисленими таким чином середніми рангами будується підсумкове ранжування — менші значення середніх рангів відповідають кращим альтернативам [11].

Метод медіан рангів. Оскільки відповіді експертів вимірюються в порядковій шкалі, то для них неправомірно проводити усереднення методом середніх арифметичних. Відомо, що для порядкових шкал коректним є знаходження мередніх значень у вигляді медіан. При цьому медіани обчислюються за звичайними правилами статистики, зокрема, для парної кількості центральних членів варіаційного ряду – як їхнє середнє арифметичне [11].

Класичні методи голосування [12]: по Кондорсе, Борда, Сімпсону, Нансону, Копленду, Кемені-Янгу, Тайдемману, Шульце, Болдуїну, відносної більшості, альтернативних голосів тощо [13, 14].

Модифіковані медіани, які визначаються не на усій множині можливих ранжувань, а лише на множині ранжувань, заданих експертами [15, 16]. Кука-Сейфорда, ГВ-медіана, медіана Кемені-Снелла, ВГ-медіана, медіани Литвака та ЛК-медіани, обчислювальна складність яких є невеликою [17, 18].

2.3. Еволюційні методи визначення результуючого ранжування. Після вирішення проблеми забезпечення обмежень на вид розв'язків задачі, які мають бути ранжуваннями, тобто перестановками чисел від 1 до n , успішно застосовуються ідеї еволюційних обчислень [19]. Зазначимо, що добре досліджено та продовжує успішно розвиватися ціле сімейство методів та алгоритмів еволюційних обчислень:

Тому на сьогодні широкої популярності набули еволюційні та метаевристичні методи:

- різні варіації генетичного алгоритму (ГА);
- мурашині алгоритми;
- модифікований метод деформованих зірок;
- адаптовані бджолині алгоритми;
- метод імітація відпалу;
- методи оптимізації роєм часток тощо.

3. Постановка задачі. Нехай k експертів з індексами $l \in L = \{1, \dots, k\}$ здійснюють упорядкування n альтернатив з множини A , $a_i \in A$, $i \in I = \{1, \dots, n\}$. Будемо позначати через $R^i = (r_1^i, \dots, r_n^i)$ ранжування альтернатив, одержане від i -го експерта. Задача полягає у визначенні такого результуючого упорядкування альтернатив, яке буде у якомусь сенсі найближчим до усіх заданих експертами ранжувань.

Найбільш обґрунтованими та найпопулярнішими при розв'язанні таких задач є алгебраїчний підхід. Суть цього підходу полягає в тому, що на множині допустимих оцінок задається відстань і результуюча оцінка визначається як така, відстань якої до експертних оцінок за деяким вибраним критерієм є оптимальною.

Будемо визначати відстані між ранжуваннями альтернатив з використанням метрики Кука неспівпадання рангів альтернатив у індивідуальних ранжуваннях [20, 21]:

$$d(R^j, R^l) = \sum_{i \in I} |r_i^j - r_i^l|, \quad (1)$$

де r_i^l — ранг i -ої альтернативи у ранжуванні l -го експерта R^l , $l \in L$, $1 \leq r_i^l \leq n$.

Для метрики Кука (1) при використанні адитивного критерію обчислюється

медіана Кука-Сейфорда:

$$R^{KS} \in \Omega^{KS} = \mathit{Arg} \sum_{R \in \Omega^n} \max_{l \in L} d(R, R^l), \quad (2)$$

а при застосуванні мінімаксного критерію — компромісна медіана, яка ще має назву HV-медіана:

$$R^{HV} \in \Omega^{HV} = \mathit{Arg} \min_{R \in \Omega^n} \max_{l \in L} d(R, R^l), \quad (3)$$

Символами Ω^{KS} та Ω^{HV} позначено множину медіан відповідно Кука-Сейфорда або компромісних, тобто ранжуваль, еквівалентних за критерієм (2) або за критерієм (3), оскільки у загальному випадку розв'язок є не єдиним.

4. Одержані результати дослідження.

4.1. Модифікований генетичний алгоритм. Оскільки задача визначення колективного ранжування є специфічною і містить достатньо жорсткі обмеження, для її розв'язання слід внести суттєві зміни до ГА.

Основними інструментами, які забезпечують успішне застосування ГА є:

- оператор кросоверу;
- оператор мутації;
- стратегія селекції;
- стратегія формування нового покоління;
- вибір критеріїв зупинки ГА тощо.

Кожен із зазначених елементів управління результативністю застосування ГА вимагає модифікації з метою врахування особливостей задачі ранжування в цілому та визначення колективного ранжування зокрема. Особливості застосування ГА для задач ранжування було розроблено авторами і описано, зокрема, в роботах [15, 22].

4.2. Схема застосування розподіленого ГА для визначення компромісного ранжування. Для задач ранжування, які характеризуються великими розмірностями, доцільно використовувати можливості паралельних та розподілених обчислень. Авторами було розроблено схему розподіленого модифікованого ГА, яка представлена на рисунку 1.

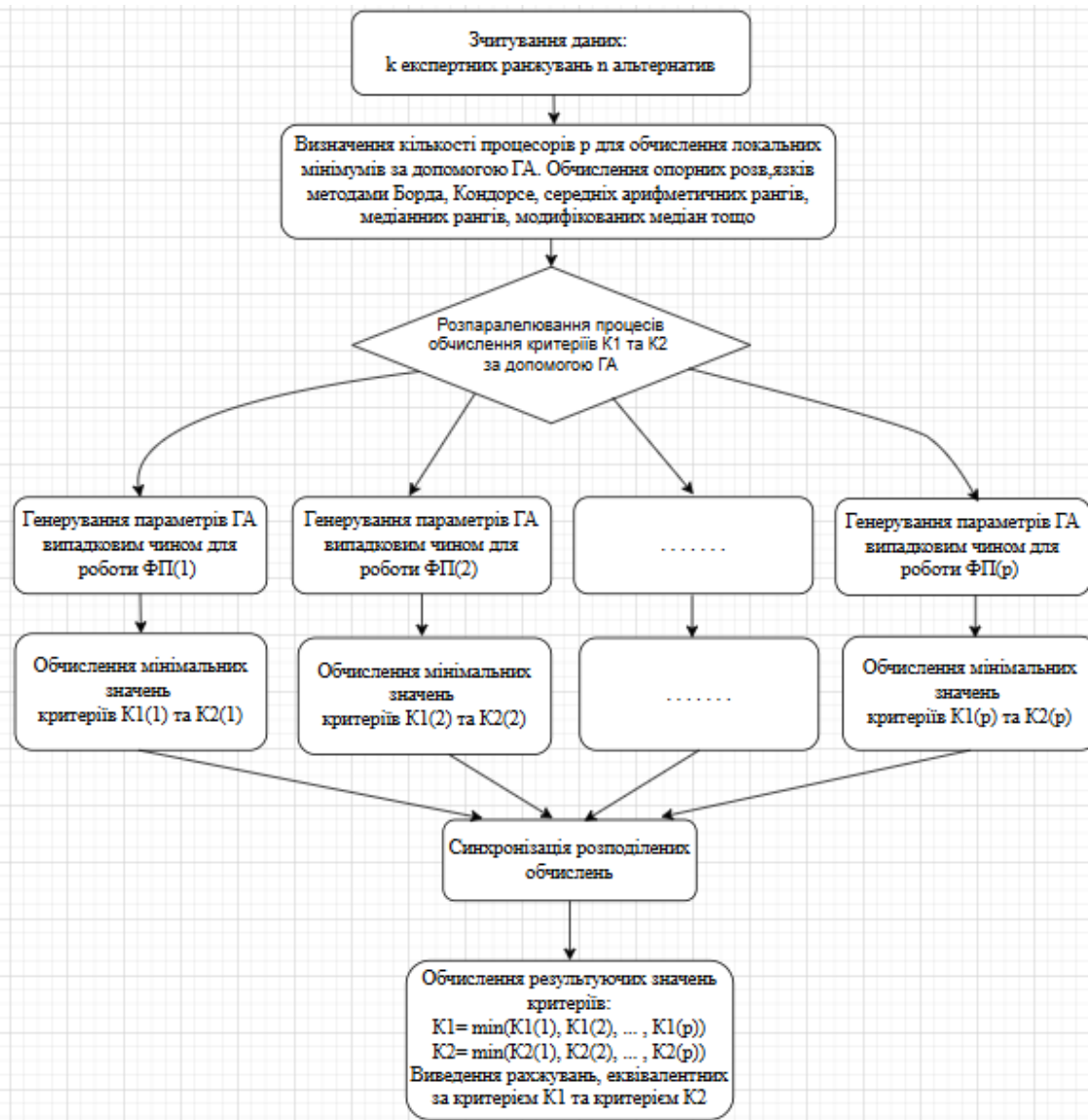


Рис. 1. Схема розподіленого обчислення компромісного ранжування за допомогою модифікованого генетичного алгоритму.

5. Висновки та перспективи подальших досліджень. У цій роботі досліджено особливості різних аспектів та особливості задач колективного ранжування альтернатив. Запропоновано схему розподіленого обчислення колективного ранжування альтернатив за допомогою модифікованого ГА. Перспективним напрямом досліджень є використання ГА в комбінації з розробленим авторами алгоритмом ближнього пошуку у поєднанні з класичними методами теорії голосувань як опорних варіантів на початкових етапах застосування ГА. Крім того, для описаної задачі ефективною буде також застосування острівної моделі розподіленого ГА.

Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що не мають конфлікту інтересів щодо даного дослідження, включаючи фінансовий, особистий, авторський або будь-який інший, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, представлені в даній статті.

Фінансування

Дослідження було проведено без фінансової підтримки.

Доступність даних

Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті рукопису.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що при створенні даної роботи вони не використовували технології штучного інтелекту.

Внесок авторів

Гнатієнко Г. М.: методологічні консультації, написання — рецензування та редагування. Гнатієнко О. Г.: концептуалізація, формальний аналіз, написання — оригінальний проєкт.

Авторські права ©



(2026). Гнатієнко Г. М., Гнатієнко О. Г. Ця робота ліцензується відповідно до Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Список використаної літератури

1. Hnatiienko, H. M., & Snytyuk, V. Ye. (2008). *Expert Decision-Making Technologies: Monograph*. Kyiv: Maklout.
2. Land, A. H., & Doig, A. G. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28(3), 497–520. <https://doi.org/10.2307/1910129>
3. Laporte, G. (2025). A seminal contribution of Ailsa Land and Alison Doig Harcourt to the field of mathematical programming. *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 67(4), 463–471. <https://doi.org/10.1111/anzs.12439>
4. Encz, K. I., Mastrolilli, M., & Vercesi, E. (2025). Branch-and-bound algorithms as polynomial-time approximation schemes. In *Proceedings of the 52nd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP 2025)*. Dagstuhl, 334, 73:1–73:19. <https://doi.org/10.4230/LIPIcs.ICALP.2025.73>
5. Guo, W., Vanhoucke, M., & Coelho, J. (2023). A prediction model for ranking branch-and-bound procedures for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 306(2), 579–595. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.08.042>
6. Huang, Z., & et al. (2023). Branch ranking for efficient mixed-integer programming via offline ranking-based policy learning. In *Amini M. R. et al. (eds.). Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases*. Cham: Springer, 13717. https://doi.org/10.1007/978-3-031-26419-1_23

7. Mykhalevych, V. S. (1965). Sequential optimization algorithms and their application. *Cybernetics*, (1), 45–55.
8. Mykhalevych, V. S. (1965). Sequential optimization algorithms and their application. *Cybernetics*, (2), 85–89.
9. Hnatiienko, H. M. (2001). Sequential algorithms for finding a strict compromise ordering of objects in ranking problems. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physics and Mathematics*, (4), 218–225.
10. Hnatiienko, H. M. (2005). Procedure of sequential analysis and elimination of alternatives considering acyclicity of the solution. *Proceedings of Kirovohrad National Technical University*, 16, 294–299.
11. Voloshyn, O. F., & Mashchenko, S. O. (2018). *Models and Methods of Decision Making: Textbook. 3rd ed., revised*. Kyiv: Liudmyla Publishing House. Retrieved from <https://elib.chdtu.edu.ua/e-books/4143>
12. Elkind, E., Faliszewski, P., & Slinko, A. (2015). Distance rationalization of voting rules. *Social Choice and Welfare*, 45(2), 345–377. <https://doi.org/10.1007/s00355-015-0892-5>
13. Wu, Z., & Tu, J. (2021). Managing transitivity and consistency of preferences in AHP group decision making based on minimum modifications. *Information Fusion*, 67, 125–135. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2020.10.012>
14. Hudry, O. (2013). Complexity of computing median linear orders and variants. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 42, 57–64. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2013.05.146>
15. Hnatiienko, H., Tmienova, N., & Kruglov, A. (2021). Methods for determining the group ranking of alternatives for incomplete expert rankings. In *Shkarlet S. et al. (eds.). Mathematical Modeling and Simulation of Systems*. Cham: Springer, 1265, 217–226. https://doi.org/10.1007/978-3-030-58124-4_21
16. Bury, H., & Wagner, D. (2007). Zastosowanie mediany Litvaka do wyznaczania oceny grupowej w przypadku występowania obiektów równoważnych. *Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedzą*, 10, 19–34.
17. Hnatiienko H., & et al. (2020). Greenhouse gas emission determination based on the pseudo-base matrix method for environmental pollution quotas between countries allocation problem. In *Proceedings of the IEEE SAIC. Kyiv*, 150–157. <https://doi.org/10.1109/SAIC51296.2020.9239125>
18. Bozóki, S., & Tsyganok, V. (2019). The (logarithmic) least squares optimality of the arithmetic (geometric) mean of weight vectors calculated from all spanning trees for incomplete pairwise comparison matrices. *International Journal of General Systems*, 48(4), 362–381. <https://doi.org/10.1080/03081079.2019.1585432>
19. Snytyuk, V., & Tmienova, N. (2020). Method of deformed stars for global optimization. In *Proceedings of the IEEE SAIC. Kyiv*, 1–4. <https://doi.org/10.1109/SAIC51296.2020.9239208>
20. Cook, W. D. (2006). Distance-based and ad hoc consensus models in ordinal preference ranking. *European Journal of Operational Research*, 172, 369–385.
21. Amodio, S., D'Ambrosio, A., & Siciliano, R. (2015). Accurate algorithms for identifying the median ranking under the Kemeny approach. *European Journal of Operational Research*, 249, 667–676.
22. Hnatiienko, H., & et al. (2022). Mathematical support of the task of determining the strategic directions of development and priorities of the organization. In *CEUR Workshop Proceedings*, 3347, 169–184.

Hnatiienko H. M., Hnatiienko O. H. Distributed Computation of Compromise Solutions in Collective Ranking Problems Using a Genetic Algorithm.

The research is devoted to the development of schemes for distributed calculation of compromise solutions in collective ranking problems using a modified genetic algorithm. The statement of the problem of collective ranking of alternatives is formulated. The areas of application of collective ranking problems are considered. The classification of methods for solving collective ranking problems is given. The statement of the problem of determining the collective ordering of alternatives is formalized. The algebraic method for

determining the median of rankings is substantiated. A modification of the genetic algorithm is proposed, taking into account the peculiarities of ranking problems. A distributed genetic algorithm for calculating compromise ranking is developed. An island model of the genetic algorithm for ranking problems is considered. The use of the proximity search method in high-dimensional ranking problems is envisaged.

Keywords: distributed computing, genetic algorithm, collective alternative ranking problems, expert evaluation, classical voting methods, proximity search algorithm.

Отримано: 01.04.2026

Прийнято: 17.04.2026

Опубліковано: 30.04.2026